

基于Mooney-Rivlin模型的船用密封圈设计及试验验证

闫昱全, 宋国臣

(中国船舶集团有限公司第七一三研究所, 河南 郑州 450015)

摘要: 基于橡胶试样单轴拉伸试验得到的拉力和变形量等试验数据, 利用最小二乘法拟合求得橡胶材料的Mooney-Rivlin模型及Yeoh模型常数。基于有限元方法, 用得到的模型常数对试样变形量进行计算并与试验结果对比。结果表明, Mooney-Rivlin模型在小应变和中等应变时可以较好地描述材料的力学行为, Yeoh模型适合模拟大应变时材料的力学行为。利用得到的模型常数计算分析异形密封圈的静态性能, 最大变形量计算值与试验值的相对误差为2.74%, 表明了所选模型常数的准确性。

关键词: 橡胶密封圈; Mooney-Rivlin模型; Yeoh模型; 有限元方法; 超弹性本构模型

中图分类号: TQ336.4⁺2; O242

文章编号: 2095-5448(2023)07-0325-05

文献标志码: A

DOI: 10.12137/j.issn.2095-5448.2023.07.0325



OSID开放科学标识码
(扫码与作者交流)

橡胶密封圈具有成本低廉、拆装方便、制造简单的特点, 因而被广泛地应用于汽车、机械及船舶等行业。由于橡胶材料存在分子特性复杂、几何及材料特性非线性等特点, 其应力-应变关系复杂, 变形可逆^[1], 很难用精确的数学模型对其进行描述。目前, 普遍以各种本构模型来描述橡胶的应力-应变关系, 常用的本构模型主要有高斯统计模型、Mooney-Rivlin模型^[2-3]和Yeoh模型^[4-5]等。其中, Mooney-Rivlin模型和Yeoh模型在工程中的应用较为广泛。

本研究基于实测的橡胶材料应力-应变数据, 拟合得到橡胶材料的模型常数。利用Ansys软件计算分析橡胶材料模型常数的准确性, 并利用得到的模型常数计算分析异形密封圈的静态特性。

1 模型本构关系

一般认为橡胶材料各向同性且不可压缩, 其物理性能主要通过应变能函数表示, 每种材料模型都是应变能函数的某种特殊形式, 其超弹性本构关系如下^[6]:

$$\sigma_{ij} = -pE_{ij} + \frac{2}{\sqrt{I_3}} \left[I_3 \frac{\partial W}{\partial I_3} E_{ij} + \left(\frac{\partial W}{\partial I_1} + I_1 \frac{\partial W}{\partial I_2} \right) B_{ij} - \frac{\partial W}{\partial I_2} B_{ij}^2 \right] \quad (1)$$

式中, σ_{ij} 为欧拉应力张量的分量; p 为静水压力; E_{ij} 为单位矩阵; W 为应变能函数; B_{ij} 为左Cauchy-Green应变张量的分量; I_1, I_2, I_3 为应变张量的第1、第2、第3不变量。

$$I_1 = \lambda_1^2 + \lambda_2^2 + \lambda_3^2 \quad (2)$$

$$I_2 = \lambda_1^2 \lambda_2^2 + \lambda_2^2 \lambda_3^2 + \lambda_3^2 \lambda_1^2 \quad (3)$$

$$I_3 = \lambda_1^2 \lambda_2^2 \lambda_3^2 \quad (4)$$

式中, λ_i 为伸长率, $\lambda_i = 1 + \varepsilon_i$, ε_i 为工程应变, $i=1, 2, 3$ 。

取坐标轴方向为主应变方向, 由于橡胶在变形过程中体积近似不可压缩, 设单轴拉伸方向伸长率为 $\lambda_1 = \lambda$, 另外两个方向则有 $\lambda_2 = \lambda_3 = \sqrt{\lambda^{-1}}$, 代入式(2)(3)(4)中可得

其中, 应变张量的不变量为^[7]:

作者简介: 闫昱全(1990—), 男, 河南郑州人, 中国船舶集团有限公司第七一三研究所工程师, 硕士, 主要从事大船特种装备的设计和制造。

E-mail: 601619783@qq.com

$$\begin{cases} I_1 = \lambda^2 + 2\lambda^{-1} \\ I_2 = \lambda^{-2} + 2\lambda \\ I_3 = 1 \end{cases} \quad (5)$$

根据不同的应变能函数,可对应求出材料本构模型的应力-应变关系。

1.1 Mooney-Rivlin模型

在各项同性假设下,橡胶材料在工程计算中的Mooney-Rivlin应变能函数可表示如下^[3]:

$$W(I_1, I_2) = \sum_{i+j=1}^n C_{ij} (I_1 - 3)^i (I_2 - 3)^j \quad (6)$$

由式(6)可得到2参数、3参数和5参数Mooney-Rivlin模型表达式^[8-10]:

$$W(I_1, I_2) = C_{10}(I_1 - 3) + C_{01}(I_2 - 3) \quad (7)$$

$$W(I_1, I_2) = C_{10}(I_1 - 3) + C_{01}(I_2 - 3) + C_{11}(I_1 - 3)(I_2 - 3) \quad (8)$$

$$W(I_1, I_2) = C_{10}(I_1 - 3) + C_{01}(I_2 - 3) + C_{20}(I_1 - 3)^2 + C_{11}(I_1 - 3)(I_2 - 3) + C_{02}(I_2 - 3)^2 \quad (9)$$

将式(7)(8)(9)分别代入到式(1)中,并结合单轴加载下的应力边界条件 $\sigma_{22} = \sigma_{33}$,可得到2参数、3参数和5参数Mooney-Rivlin单轴加载时的橡胶超弹性本构关系:

$$\sigma_{11} = 2C_{10}(\lambda - \lambda^{-2}) + 2C_{01}(1 - \lambda^{-3}) \quad (10)$$

$$\sigma_{11} = 2C_{10}(\lambda - \lambda^{-2}) + 2C_{01}(1 - \lambda^{-3}) + 2C_{11}(2\lambda^2 - 3\lambda - \lambda^{-1} + 3\lambda^{-2} - \lambda^{-4}) \quad (11)$$

$$\sigma_{11} = 2C_{10}(\lambda - \lambda^{-2}) + 2C_{01}(1 - \lambda^{-3}) + 4C_{20}(\lambda^3 - 3\lambda + 1 + 3\lambda^{-2} - 2\lambda^{-3}) + 6C_{11}(\lambda^2 - \lambda - 1 + \lambda^{-2} + \lambda^{-3} - \lambda^{-4}) + 4C_{02}(2\lambda - 3 - \lambda^{-2} + 3\lambda^{-3} - \lambda^{-5}) \quad (12)$$

将试验测得的 λ 和 σ_{11} 代入式(10)(11)(12)中,基于最小二乘法原理进行曲线拟合,可求得橡胶材料的Mooney-Rivlin模型常数。

1.2 Yeoh模型

Yeoh通过试验发现在单轴拉伸、单轴压缩和简单剪切中,模型简化后应力随 $I_1 - 3$ 的增大而减小,达到最小值后又增大,因此他提出了一个三次应变能函数^[4, 11-12]:

$$W = C_{10}(I_1 - 3) + C_{20}(I_1 - 3)^2 + C_{30}(I_1 - 3)^3 \quad (13)$$

利用式(13)求出Yeoh方程的本构关系:

$$\sigma_{11} = 2(\lambda - \lambda^{-3})[C_{10} + 2C_{20}(\lambda^2 + 2\lambda - 3) + 3C_{30}(\lambda^2 + 2\lambda - 3)^2] \quad (14)$$

将试验测得的 λ 和 σ_{11} 代入式(14)中,基于最

小二乘法原理进行曲线拟合,可求得橡胶材料的Yeoh模型常数。

2 橡胶本构模型常数确定

测定橡胶材料常数最常用的试验方法有单轴拉伸、平面剪切、简单剪切和双轴拉伸。试验项目越全,测试数据越多,模拟材料的非线性性能越准确。本次试验选用单轴拉伸试验确定模型常数。单轴拉伸试样所用橡胶原材料及硫化工艺与异形密封圈相同,根据GB/T 528—2009,共制作3个标准拉伸试样(Ⅱ型哑铃形试样)进行试验。

试样力最大值、拉伸强度及拉伸伸长率等试验结果如表1所示。

表1 拉伸试验结果

| 试样编号 | 试样厚度/ mm | 力最大值/ N | 拉伸强度/ MPa | 拉伸伸长 率/% |
|------|-------------|------------|--------------|-------------|
| 试样1 | 1.92 | 64.74 | 8.43 | 559 |
| 试样2 | 1.91 | 67.21 | 8.80 | 535 |
| 试样3 | 1.91 | 67.81 | 8.83 | 533 |

试验过程中,试样拉伸速率、初始拉力、断口位置和断面形状基本相同。由表1可知,试样试验数据一致性较好。

基于不变量的应变能函数进行数据拟合,相对于工程应变,计算应力都可以被表示为材料常数 C_{ij} 的线性函数,因此可用最小二乘法进行数据拟合^[7]。试样1试验数据拟合结果如图1所示。

由拟合结果可知,Mooney-Rivlin模型参数越多,表达式越复杂,越能较真实地描述材料力学行为,但是通过试验确定模型常数的工作变得复杂,Gent和Yeoh均指出,高次应变能函数的应用价值很小,因为橡胶类材料的重现性是不足够的,不允许对大量的参数进行精确的评估^[3],因此多参数的模型不可能得到广泛的应用。Yeoh模型和试验数据在小应变区存在偏差,Yeoh模型由某种简单变形试验数据拟合的参数可以用来预测其他变形的力学行为,描述的变形范围也比较宽,非常适合模拟大变形工况。

其中,5参数Mooney-Rivlin模型拟合常数为:

$C_{10} = 0.4799$, $C_{01} = 1.0444$, $C_{20} = 0.0023$, $C_{11} = 0.0423$, $C_{02} = 0.1481$; 3阶Yeoh模型拟合常数为: $C_{10} = 0.2883$, $C_{20} = 0.0067$, $C_{30} = -0.0000403$ 。

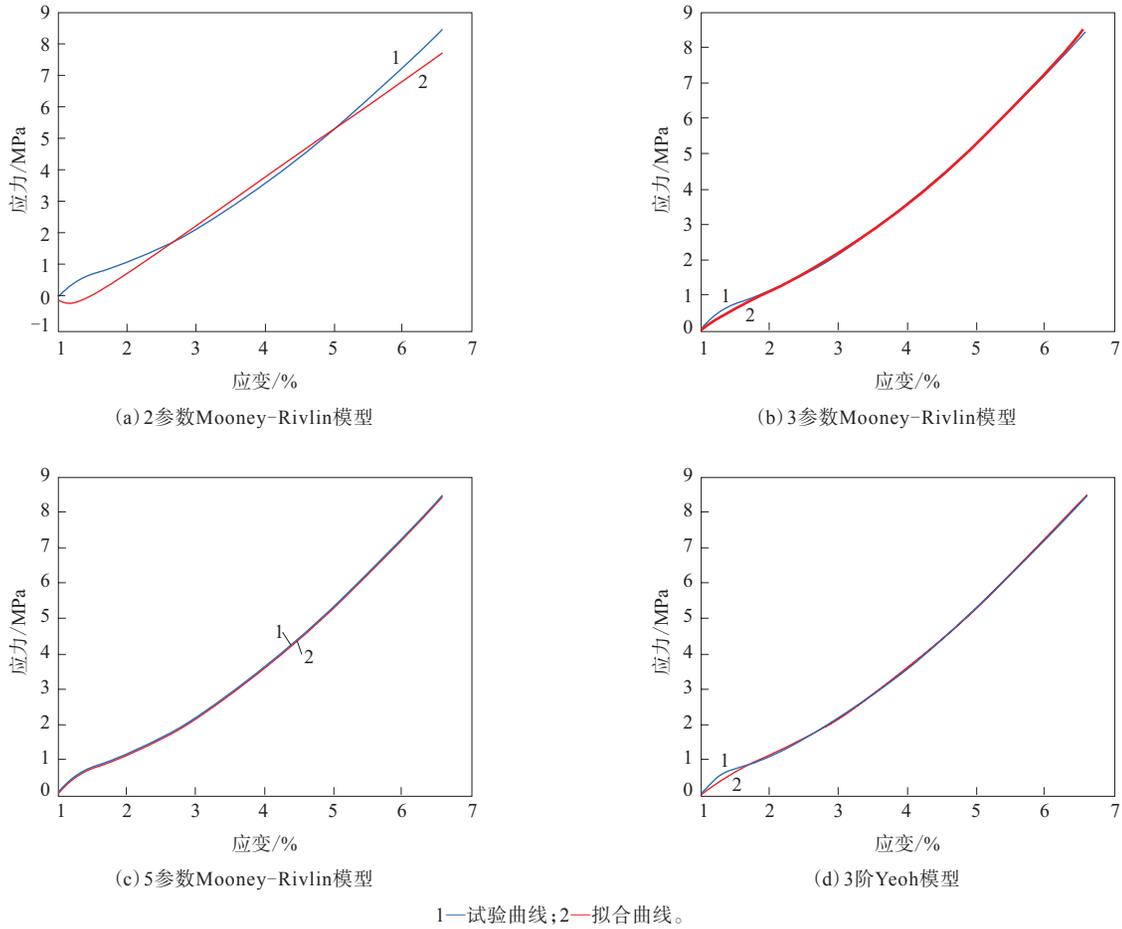


图1 试样1材料模型常数拟合曲线

为了检验所得材料拟合常数的准确性,运用有限元软件Ansys建立橡胶标准试样的有限元模型,如图2所示。

材料属性分别设置为5参数Mooney-Rivlin模型及3阶Yeoh模型求得的材料常数,将计算结果与试验结果进行对比,如表2所示。

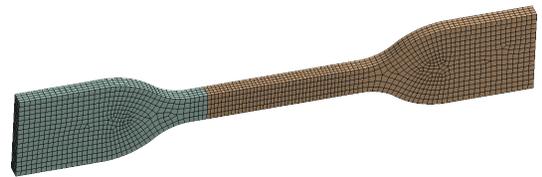


图2 标准试样的有限元模型

表2 试样1变形试验值与变形计算值及误差

| 试验序号 | 拉力/N | 变形试验值/mm | 3阶Yeoh模型变形计算值/mm | 5参数Mooney-Rivlin模型变形计算值/mm | 3阶Yeoh模型相对误差/% | 5参数Mooney-Rivlin模型相对误差/% |
|------|--------|----------|------------------|----------------------------|----------------|--------------------------|
| 1 | 5.959 | 11.591 2 | 12.467 | 10.913 | 7.556 | 5.851 |
| 2 | 11.967 | 29.808 3 | 28.202 | 28.670 | 5.389 | 3.819 |
| 3 | 17.961 | 43.254 2 | 41.828 | 41.819 | 3.297 | 3.318 |
| 4 | 23.967 | 54.401 1 | 53.419 | 52.926 | 1.805 | 2.712 |
| 5 | 29.965 | 64.415 1 | 63.623 | 不收敛 | 1.229 | 不收敛 |
| 6 | 35.962 | 73.690 5 | 72.917 | 不收敛 | 1.049 | 不收敛 |
| 7 | 41.965 | 80.875 6 | 81.667 | 不收敛 | 0.978 | 不收敛 |
| 8 | 47.963 | 90.626 7 | 90.067 | 不收敛 | 0.618 | 不收敛 |
| 9 | 53.997 | 98.537 8 | 98.386 | 不收敛 | 0.154 | 不收敛 |

由试验数据与计算数据对比可知,Mooney-Rivlin模型在小应变和中等应变时可以较好地描述材料的力学行为,与试验数据误差较小,在0~100%应变范围内的相关性较好。在大应变时,Mooney-Rivlin模型计算出现了不收敛情况,不能描述大变形时材料的力学行为。Yeoh模型在小应变时的计算结果误差相对Mooney-Rivlin模型较大,但在大应变时的计算结果与试验结果吻合较好,能够模拟材料的大变形。

3 船用密封圈设计及试验验证

3.1 结构设计及有限元分析

以某船用舱门(盖)密封圈为对象进行分析,其主要用于阱口及舱口的水密封。由于舱门(盖)开口尺寸较大(长度约为6 m,宽度约为3 m),需要密封圈具有较大的压缩量以适应开口的变形,确保密封有效^[13]。根据结构及安装要求,密封圈的截面形状如图3所示,其中裙边用于两侧密封,中空形式为了提高压缩量。密封圈的安装板在底部,密封圈设置在中间,压板作用在密封圈上部。



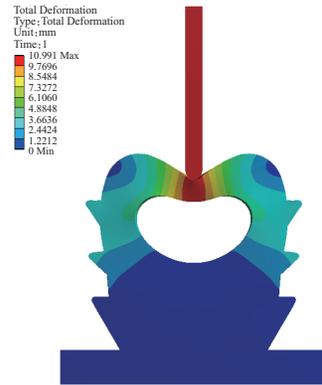
图3 异形密封圈截面形状

密封圈在实际使用时为小变形状态,在有限元计算时选用5参数Mooney-Rivlin模型。将外部载荷施加在压板上,密封圈位移和应力云图如图4所示,其中最大位移为10.991 mm,最大应力为1.319 MPa。

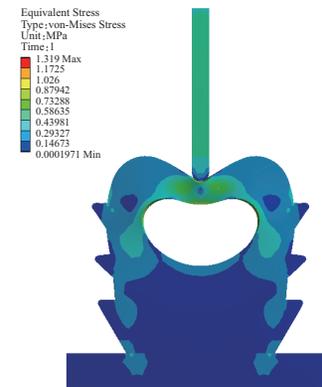
3.2 压缩试验

截取密封圈数段样件,进行压缩试验,其中施加载荷与计算载荷相同。密封圈压缩试验结果如表3所示。

由表3可知,随着压缩时间的延长,试样变形



(a) 位移



(b) 应力

图4 密封圈的位移和应力云图

表3 异形密封圈压缩量 mm

| 项 目 | 压缩时间/h | | | | |
|-----|--------|-----|------|------|------|
| | 1/6 | 1 | 48 | 72 | 148 |
| 试样A | 6.7 | 8.8 | 12.3 | 13.1 | 11.1 |
| 试样B | 7.1 | 8.8 | 12.3 | 12.9 | 11.7 |
| 试样C | 6.6 | 7.2 | 6.8 | 6.5 | 11.4 |
| 试样D | 6.3 | 6.8 | 6.8 | 7.0 | 11.0 |
| 平均值 | 6.7 | 7.9 | 9.6 | 9.8 | 11.3 |

注:试验进行到72 h后试样出现了压偏现象,重新调整后继续进行压缩试验76 h。

趋于稳定,压缩148 h后密封圈的平均压缩量为11.3 mm。

由试验结果可知,所设计的密封圈最大变形量计算与试验结果的相对误差为2.74%,所选5参数Mooney-Rivlin模型较符合材料实际状态,计算结果与试验结果吻合较好。

4 结论

基于标准拉伸试验数据,利用最小二乘法拟合Mooney-Rivlin模型和Yeoh模型常数。对所选

各材料模型拟合曲线与试验曲线进行对比分析发现:随着Mooney-Rivlin材料模型参数的增加,计算精度提高;当材料发生小应变和中等应变时,Mooney-Rivlin模型有较高的计算精度;当材料发生大应变时,Yeoh模型具有较高的计算精度,Yeoh模型较适合模拟大应变时材料的力学行为。异形密封圈计算结果与试验结果较吻合,验证了所选材料模型的合理性,为各种异型密封圈的静态性能计算分析提供了一种有效的方法。

参考文献:

- [1] 特雷劳尔 L R G. 橡胶弹性物理学[M]. 北京: 化学工业出版社, 1982.
- [2] MOONEY R. A theory of large elastic deformation[J]. Journal of Applied Physics, 1940, 240:582-592.
- [3] RIVLIN R S. Large elastic deformation of isotropic materials: I. Fundamental concepts, II. Some uniqueness theories for pure homogeneous deformations[J]. Philosophical Transactions of the Royal Society of London A, 1948, 240:459-508.
- [4] YEOH O H. Some forms of the strain energy for rubber[J]. Rubber Chemistry and Technology, 1993, 65(5):751-771.
- [5] 王智宇, 王安稳. 多元线性回归法确定橡胶Mooney-Rivlin模型常数[J]. 海军工程大学学报, 2011, 23(2):19-21.
- [6] 汤任基. 固体力学[M]. 上海: 上海交通大学出版社, 1999.
- [7] 任全彬, 蔡体敏, 安春利, 等. 硅橡胶“O”形密封圈Mooney-Rivlin模型常数的确定[J]. 固体火箭技术, 2006, 29(2):130-134.
- [8] 李洪升, 张小朋, 杨全生, 等. 橡胶大变形力学常数测试研究[J]. 大连理工大学学报, 1989, 29(6):629-634.
- [9] 何春明, 郑慕侨. 测定橡胶Mooney-Rivlin模型常数的一种新方法[J]. 北京理工大学学报, 1997, 17(2):142-145.
- [10] 胡殿印, 王荣桥, 任全彬, 等. 橡胶O形圈密封结构的有限元分析[J]. 北京航空航天大学学报, 2005, 31(2):255-260.
- [11] 赵光明, 宋顺成, 孟祥瑞. 基于Yeoh本构关系橡胶超弹性材料的无网格法分析[J]. 应用基础与工程科学学报, 2009, 17(1):122-127.
- [12] 顾毓璋. 深冷环境下密封橡胶的力学性能研究[J]. 橡胶科技, 2021, 19(8):375-381.
- [13] 李锦伟, 贡智兵, 谭文才, 等. 高速列车塞拉门橡胶密封条的结构优化和压缩特性研究[J]. 橡胶工业, 2022, 69(3):163-168.

收稿日期:2023-03-20

Design and Experimental Verification of Marine Sealing Ring Based on Mooney-Rivlin Model

YAN Yuquan, SONG Guochen

(The 713 Research Institute of CSSC, Zhengzhou 450015, China)

Abstract: In this study, the Mooney-Rivlin model and Yeoh model of rubber materials were established using the material parameters obtained by least square fitting based on the test data such as tensile stress and deformation acquired from uniaxial tensile test of rubber samples. Then, the deformation of rubber samples was calculated using the models and finite element analysis method, and the simulated results were compared with the experimental results. The results showed that Mooney-Rivlin model could well describe the mechanical behavior of rubber materials under small and medium strains. In addition, the Yeoh model was suitable for the simulation under large strains. Consequently, the static performance of the special-shaped sealing ring was calculated and analyzed by using the obtained models. The relative deviation between the calculated maximum deformation and the experimental test value was 2.74%, indicating that the accuracy of the established models was good.

Key words: rubber sealing ring; Mooney-Rivlin model; Yeoh model; finite element method; hyperelastic constitutive model

欢迎关注微信公众号“橡胶工业传媒”
免费在线阅读最新6期电子刊