

基于超弹性材料的心脏数学模型仿真

田良, 范庆明, 曹岩, 赵晗

(西安工业大学 机电工程学院, 陕西 西安 710021)

摘要:针对心脏运动过程大变形、非线性、各向异性和高应变率的力学特性,采用考虑应变率效应的超弹性材料数学模型进行有限元分析,得到各向同性、横观各向同性和各向异性3种本构模型的相关参数。通过对3种模型求解需要的牛顿迭代次数和CPU时间的对比,选择各向异性本构模型作为心脏运动学仿真的本构模型,这为后续的心脏力学建模、生理分析和数学模型迭代计算提供参考和数据支持。

关键词:心脏;超弹性材料;数学模型;各向异性;迭代收敛

中图分类号:Q811.6;O241.82

文献标志码:A

文章编号:1000-890X(2019)08-0577-04

DOI:10.12136/j.issn.1000-890X.2019.08.0577

超弹性材料由于特有的性质在建筑、电子、航空航天、仿生、农业、石油化工、轻纺、国防军事、机械、交通运输和水利等各方面都获得了广泛的应用。近年来,高性能计算技术被广泛应用于求解实际工程问题。学科间的交叉促进了单一学科在深度和广度方面的发展,对于人体器官材料特性的研究也越来越深入,准确性越来越高,这更进一步促进了超弹性材料模型的研究。M. Kotikanyadanam等^[1]通过对心脏进行力学三维建模,主要分析了心脏运动过程的力学特性。徐宇^[2]通过心脏力学仿真,主要分析了心脏粘-弹特性对心脏整体的影响。黄小双^[3]和韩斌慧等^[4]采用Mooney-Rivlin橡胶本构模型对小变形进行研究,主要分析了小变形过程材料的应力-应变情况,并通过单轴拉伸试验,获取橡胶材料常数。

本工作针对心脏运动过程,采用考虑应变率效应的超弹性材料数学模型进行有限元分析,得到各向同性、横观各向同性和各向异性3种本构模型的相关参数,通过对3种模型求解需要的牛顿迭代次数和CPU时间的对比,进一步得出适合心脏运动学仿真的本构模型,这为整体心脏模型的动

力学有限元分析奠定了基础。

1 心脏运动过程超弹性材料变形理论

心脏由心肌细胞组成,具有超弹性和各向异性的特征,需要一个合适的本构模型来准确表征。根据心脏运动过程大变形、非线性、各向异性和高应变率的力学特性,对心脏超弹性理论模型进行了研究,得到一系列关于超弹性材料的参数,由此可建立该材料模型的本构方程。

1.1 超弹性力学基本理论

为了研究心脏运动过程发生的应力-应变和能量的变化,引入应变能函数。应变能是一个标量,对于某些超弹性材料,初始应变值只与物体的形状和体积变化有关,与路径无关的积分值[总应变能(Π)]按下式计算^[2]:

$$\Pi = \int_{\Omega_0}^{\Omega} W(\varphi, X) dX \quad (1)$$

式中, Ω 为体积, Ω_0 为初始体积, W 为单位体积的应变能, φ 和 X 分别表示角度和尺寸。

1.2 心脏本构模型的基本形式

首先需要考虑心脏形变程度的度量。在有限弹性力学中,Cauchy-Green应变张量(C)经常用来衡量物体形变的大小,本研究用其衡量心脏形变的大小。基于连续介质力学,纤维增强复合材料的应变能分为超弹性应变能(Π^e)和粘性应变能(ψ^v)两部分^[5-6]:

基金项目:国家自然科学基金资助项目(51073009);教育部新世纪优秀人才支持项目(NCET-10-0202)

作者简介:田良(1992—),男,河南南阳人,西安工业大学在读硕士研究生,主要从事CAE仿真分析的研究。

E-mail:714966154@qq.com

$$W(C, \dot{C}, \alpha_0) = W^e(C, \alpha_0) + \psi^v(C, \dot{C}, \alpha_0) \quad (2)$$

式中, $\dot{C}$ 为 Cauchy-Green 应变率张量, α_0 为纤维的初始方向向量。

心肌组织发生变形后, 在组织内各部分之间产生相互作用的内力, 引进有限弹性力学中的应力, 它表示物体单位表面积所受内力, 可以分解成沿截面法向的正应力和沿截面切向的切应力。在有限弹性力学中, 应力度量有多种方式, 考虑到本研究将在心脏材料坐标系的框架下对力学模型进行求解, 因此采用 Cauchy-Green 应变张量不变量 (I_i) 和第二 Piola-Kirchhoff 应力张量 [作用于初始构形单位面积上的力 (S)] 来表征应力。

W^e 可以表示为 I_i ($i=1, 2, 3, 4, 5$) 的标量函数:

$$W^e(C, \alpha_0) = W^e(I_1, I_2, I_3, I_4, I_5) \quad (3)$$

ψ^v 也可以表示为应变率张量不变量 J_i ($i=1, 2, 3, 4, 5$) 的标量函数:

$$\psi^v(C, \dot{C}, \alpha_0) = \psi^v(J_1, J_2, J_3, J_4, J_5) \quad (4)$$

S 由超弹性应力张量 (S^e) 和粘性应力张量 (S^v) 两部分组成:

$$S = S^e + S^v = 2 \left(\frac{\partial W^e}{\partial C} + \frac{\partial \psi^v}{\partial \dot{C}} \right) = 2 \left[\sum_{i=1}^5 \left(\frac{\partial W^e}{\partial I_i} \frac{\partial I_i}{\partial C} \right) + \sum_{j=1}^5 \left(\frac{\partial \psi^v}{\partial J_j} \frac{\partial J_j}{\partial \dot{C}} \right) \right] \quad (5)$$

2 心脏超弹性数学本构模型

心脏主要包括心室、心房和纤维束, 均由心肌细胞组成。根据大变形、非线性、各向异性和高应变率的力学特性, 对心脏模型的切块进行超弹性材料本构模型仿真分析, 并与试验数据进行对比。

心脏的三维模型如图1所示。

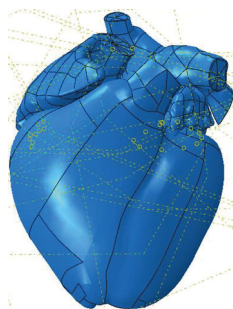


图1 心脏的三维模型

2.1 超弹性应变能的解耦

为了更好地对心脏超弹性数学模型进行研究, 将 W^e 分解为等容应变能 (W_m^e)、纤维拉伸应变能 (W_f^e) 和剪切应变能 (W_s^e) 三部分, 分别进行测定。

$$W^e = W_m^e + W_f^e + W_s^e = V_m W_m + V_f W_f + W_s \quad (6)$$

式中, V_m 和 V_f 分别为心脏切块和纤维的膨胀-收缩体积百分比, W_m 和 W_f 分别为心脏切块等容应变能函数和拉伸应变能函数。

2.1.1 心脏切块等容应变能函数

由于心脏切块为不可压缩材料, 根据 Yeoh 模型和 Mooney-Rivlin 模型, W_m 采取纯橡胶基体变形的多项式函数^[7]:

$$W_m = \sum_{i=1}^2 C_{i0} (I_1 - 3)^i + \sum_{j=1}^2 D_{j0} (I_2 - 3)^j \quad (7)$$

式中, C_{i0} 为材料参数 (单位 MPa); D_{j0} 为模型参数, 表示对形变过程中剪切和拉伸的补偿, 实现心脏模型总体积不变。

2.1.2 心脏拉伸应变能函数

心脏拉伸应变能是由心肌纤维拉伸决定的, 则 W_f 选用多项式函数:

$$W_f = \begin{cases} \sum_{i=2}^4 C_i (I_4 - 3)^i & I_4 > 1 \\ 0 & I_4 \leq 1 \end{cases} \quad (8)$$

式中, C_i ($i=2, 3, 4$) 为材料参数 (单位 MPa)。

2.1.3 心脏剪切应变能函数

心脏纤维之间的剪切作用导致切块的角度变化, 角剪切应变能 W_s 表示与基本尺寸和角度变化有关的函数^[8]:

$$W_s = W_s(I_4, \chi) = f(I_4) (a\chi^2 + b\chi) \quad (9)$$

式中, $\chi = \tan^2 \varphi$, a 和 b 为剪切性能参数 (单位 MPa)。

2.2 心脏超弹性本构模型

将式 (8) 和 (9) 代入式 (5), 并令 $W_i^e = \frac{\partial W^e}{\partial I_i}$, 则得到:

$$S^e = 2[(W_1^e + I_1 W_2^e)I - W_2^e C + W_4^e \alpha_0 \otimes \alpha_0 + W_s^e (\alpha_0 \otimes C \cdot \alpha_0 + \alpha_0 \cdot C \otimes \alpha_0)] \quad (10)$$

通过最小二乘法拟合拉伸和剪切试验数据, 得到3种心脏模型的初始参数, 具体确定方法^[8-10]如下。

(1) 拟合准静态拉伸试验数据, 得到本构模型参数 C_{01} 。

(2) 拟合准静态剪切试验数据, 得到角剪切应变能密度函数 W_s 的参数 b'_{11} 和 b'_{12} 。

(3) 根据已得到的材料参数, 拟合扭转条件下的试验数据, 得到材料参数 C_{02} 。

2.3 心脏超弹性材料参数仿真拟合分析

对心脏模型的切块进行仿真分析, 根据文献[3]—[6]得到相关本构模型的初始参数。各向同性模型初始参数: $C_{01}=0.178\ 1$, $C_{02}=3.988\ 8$; 横观各向同性模型初始参数: $C_{01}=0.434\ 6$, $C_{02}=2.080\ 7$; 各向异性模型初始参数: $C_{01}=1.114\ 0$, $C_{02}=2.752\ 11$, $b'_{11}=8$, $b'_{12}=12$ 。

将初始参数代入式(2)—(5)计算出各超弹性本构模型的参数。各向同性模型参数: $C_{10}=0.449$, $C_{20}=0.011$; 横观各向同性模型参数: $C_{10}=1.70$, $C_{20}=1.11$; 各向异性模型参数: $C_{10}=1.358\ 5$, $C_{20}=1.356\ 8$, $b_{11}=3$, $b_{12}=6$ 。

3种仿真模型求解需要的牛顿迭代次数和CPU时间如表1所示, 残差如图2—4所示。

从图2—4可以看出, 总残差曲线与位移残差曲线基本一致, 各向异性模型收敛求解时间和收敛速度均优于横观各向同性模型, 各向同性模型收敛速度快但收敛状态在0~4次迭代时有些反常, 综合考虑, 选择各向异性模型。

表1 3种模型求解需要的牛顿迭代次数和CPU时间

模 型	牛顿迭代次数	CPU时间/s
各向同性	8	226
横观各向同性	12	337
各向异性	11	306

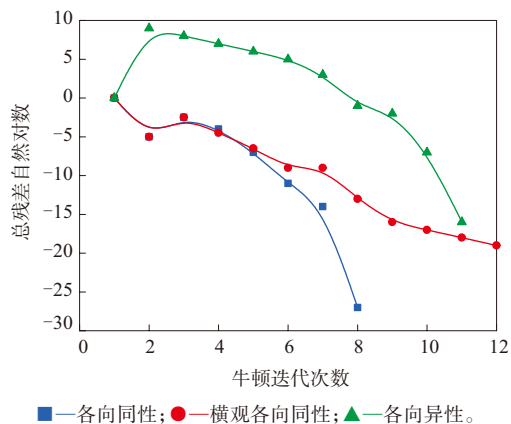
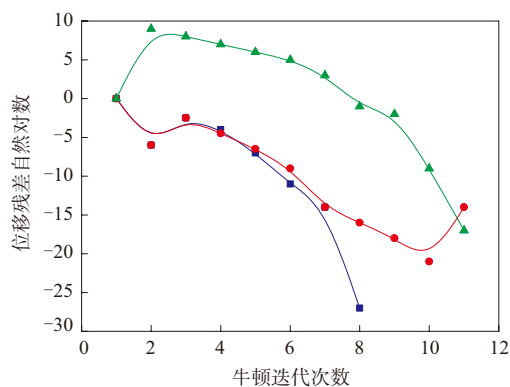
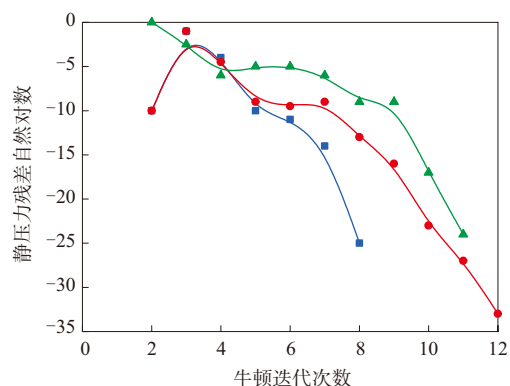


图2 模型总残差曲线



注同图2。

图3 模型位移残差曲线



注同图2。

图4 模型静压力残差曲线

3 结论

(1) 基于连续介质力学理论提出一种超弹性材料本构模型来描述心脏模型切块在负荷条件下的大变形、非线性、各向异性和高应变率时的力学行为。

(2) 超弹性应变能被分解为便于参数识别的等容应变能、拉伸应变能和剪切应变能, 给出了模型参数的确定方法。

(3) 拟合出本构模型参数。通过各向同性、横观各向同性和各向异性3种本构模型求解需要的牛顿迭代次数和CPU时间的对比, 选择各向异性本构模型作为心脏运动学仿真的本构模型, 这为后续的心脏力学建模、生理分析和数学模型迭代计算提供参考和数据支持。

参考文献:

[1] Kotikanyadanam M, Goktepe S, Kuhl E. Computational Modeling

- of Electrocardiograms: A Finite Element Approach toward Cardiac Excitation[J]. International Journal for Numerical Methods in Biomedical Engineering, 2010, 26:524-533.
- [2] 徐宇. 基于有限元方法的心脏力学仿真[D]. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学, 2015.
- [3] 黄小双. 帘线/橡胶复合材料各向异性黏-超弹性本构模型[D]. 上海: 上海交通大学, 2016.
- [4] 韩斌慧, 杨保香, 张爱琴, 等. 基于Mooney-Rivlin模型的橡胶材料常数实测及应用研究[J]. 橡胶工业, 2018, 65(5): 499-503.
- [5] Peng X, Guo Z, Moran B. An Anisotropic Hyperelastic Constitutive Model with Fiber-Matrix Shear Interaction for the Human Annulus Fibrosus[J]. Journal of Applied Mechanics, 2006, 73(5): 815-824.
- [6] Holzapfel G A, Ogden R W. Constitutive Modelling of Passive Myocardium: A Structurally Based Framework for Material Characterization[J]. Philosophical Transactions of the Royal Society A, 2009(367): 3445-3475.
- [7] Genet M, Lee L C, Kuhl E, et al. Abaqus/Standard-based Quantification of Human Cardiac Mechanical Properties[A]. SIMULIA Customer Community Conference[C]. Providence, Rhode Island, May 2014.
- [8] Walker J C, Ratcliffe M B, Zhang P, et al. MRI-based Finite Element Analysis of Left Ventricular Aneurysm[J]. Am J Physiol Heart Circ Physiol, 2005(289): H692-H700.
- [9] Hurtado D, Kuhl E. Computational Modeling of Electrocardiograms: Repolarization and T-wave Polarity in the Human Heart[J]. Computer Methods in Biomechanics and Biomedical Engineering, 2012(5): 1-11.
- [10] 郭国栋, 彭雄奇, 赵宁. 一种考虑剪切作用的各向异性超弹性本构模型[J]. 力学学报, 2013, 45(3): 451-455.

收稿日期: 2019-03-12

Simulation of Cardiac Mathematical Model Based on Hyperelastic Materials

TIAN Liang, FAN Qingming, CAO Yan, ZHAO Han

(Xi'an Technological University, Xi'an 710021, China)

Abstract: In view of the mechanical characteristics of large deformation, nonlinearity, anisotropy and high strain rate during cardiac motion, the hyperelastic material mathematical model for cardiac with consideration of the strain rate effect was used for finite element analysis, and the relevant parameters of three constitutive models, i. e. isotropic, transverse isotropic and anisotropic model, were obtained. The number of Newton iterations and CPU time needed to solve the three models were compared, and the anisotropic constitutive model was selected for the kinematics simulation of cardiac, which provided reference and data support for subsequent cardiac mechanics modeling, physiological analysis and mathematical model iteration calculation.

Key words: cardiac; hyperelastic material; mathematical model; anisotropy; iterative convergence

优科豪马Geolandar X-AT轮胎适合崎岖地形 美国《现代轮胎经销商》(www.moderntiredealer.com) 2019年5月23日报道:

优科豪马轮胎公司最近在内华达州拉斯维加斯附近的一次经销商活动上推出了最新的Geolandar X-AT轮胎(见图1)。

Geolandar X-AT是一款专为皮卡、吉普车和SUV设计的全地形轮胎, 计划于2019年7月1日上市27种规格, 轮辋直径为381~559 mm(15~22英寸)。产品规划高级经理Bob Abram表示, 补充规格轮胎将包括承载能力较大的F级载荷产品。

这款轮胎具有比Geolandar AT系列轮胎更优异的越野性能, 且在公路上行驶的舒适性优



图1 Geolandar X-AT轮胎

于Geolandar MT系列轮胎。这款轻型载重轮胎适合崎岖地形。

(张 钊摘译 赵 敏校)