

子午线轮胎有限元分析

第5讲 轮胎胶料有限元分析的材料参数实验

洪宗跃, 吴桂忠

(北京橡胶工业研究设计院, 北京 100039)

中图分类号: U463.341⁺.6; O241.82

文献标识码: E

文章编号: 1006-8171(2006)02-0116-06

1 轮胎胶料有限元分析实验理论

1.1 弹性力学理论

Rivlin 应变能函数(W)为应变量的多项式

$$W = W(I_1, I_2, I_3)$$

通用表达式(包括有限的可压缩性)为

$$W = \sum_{i,j,k=0}^{i,j,k=n} C_{ijk} (I_1 - 3)^i (I_2 - 3)^j (I_3 - 1)^k$$

对于理想的不可压缩材料, 其体积保持恒定, 在试样变形时体积也不发生变化, 即 $I_3 = 1$, 则 Rivlin 应变能函数变为

$$W = \sum_{i,j=0}^{i,j=n} C_{ij} (I_1 - 3)^i (I_2 - 3)^j \quad (1)$$

式中, C_{00} 为零, 表示在开始阶段(无拉伸时)应变能为零。

取式(1)第1项, 得到 neo-Hookean 方程, 即 $W = C_{10}(I_1 - 3)$, W 与 I_1 呈线性关系。

取式(1)的前2项, 得到 Mooney-Rivlin 方程

$$W = C_{10}(I_1 - 3) + C_{01}(I_2 - 3) \quad (2)$$

式(2)给出了简单的应力-应变关系, 这是一种广泛采用的模式。

Mooney-Rivlin 方程要求简单剪切应力-应变关系呈线性, 但 Yeoh 指出, 炭黑填充材料的情况并非如此。

取式(1)的前5项得到二次方程

$$W = C_{10}(I_1 - 3) + C_{01}(I_2 - 3) + C_{11}(I_1 - 3)(I_2 - 3) + C_{20}(I_1 - 3)^2 + C_{02}(I_2 - 3)^2 \quad (3)$$

在中等应变时, 这种高次方程改善了拟合性, 因为其提供的模式在应力-应变曲线上只有一个拐点。

取式(1)的前9项得到三次方程

$$W = C_{10}(I_1 - 3) + C_{01}(I_2 - 3) + C_{11}(I_1 - 3)(I_2 - 3) + C_{20}(I_1 - 3)^2 + C_{02}(I_2 - 3)^2 + C_{12}(I_1 - 3)(I_2 - 3)^2 + C_{21}(I_1 - 3)^2(I_2 - 3) + C_{30}(I_1 - 3)^3 + C_{03}(I_2 - 3)^3 \quad (4)$$

在高应变条件下, 式(4)的应力-应变曲线可能有两个拐点。

在高应变条件下, 高次的 Rivlin 方程可提供很好的拟合性, 但将其应用到低应变或中等应变条件下就未必合适。究竟采用哪种方程, 应看产品在使用条件下的变形程度。

对于纯均匀的应变, 在应力、应变和应变能之间存在下列关系:

$$\frac{t_1 - t_2}{\lambda_1^2 - \lambda_2^2} = 2 \left(\frac{\partial W}{\partial I_1} + \lambda_3^2 \frac{\partial W}{\partial I_2} \right) \quad (5)$$

$$\frac{t_1 - t_3}{\lambda_1^2 - \lambda_3^2} = 2 \left(\frac{\partial W}{\partial I_1} + \lambda_2^2 \frac{\partial W}{\partial I_2} \right) \quad (6)$$

$$\frac{t_2 - t_3}{\lambda_2^2 - \lambda_3^2} = 2 \left(\frac{\partial W}{\partial I_1} + \lambda_1^2 \frac{\partial W}{\partial I_2} \right) \quad (7)$$

式中, t 为真实应力(与变形后的尺寸有关), 难以测到, $t = \sigma \lambda$, σ 为工程应力(与初始尺寸有关), 也叫实测应力; λ 为伸长率, $\lambda = 1 + \Delta L/L_0$, L_0 为初始长度, λ 的下角标 1, 2 和 3 分别代表互相垂直的 3 个方向, 即 x , y 和 z 轴。

公式(5)~(7)等式左侧叫应力缩减项。根据这些公式可以简单测出单轴拉伸、单轴压缩和平面拉伸等简单变形的应力-应变关系。

1.2 试验设计

对于式(5)~(7), 通过设计几种几何形状不同的试样, 可方便地进行力学分析^[1]。例如单轴拉伸、单轴压缩和平面拉伸(纯剪切)试验, 使力总

是作用在一个单一方向,然后测定在这个单一方向上的应力和应变。试验设计的基础是设计一些

容易进行数学处理的简单的变形模式。非线性有限元分析的基本试验如图 1 所示。

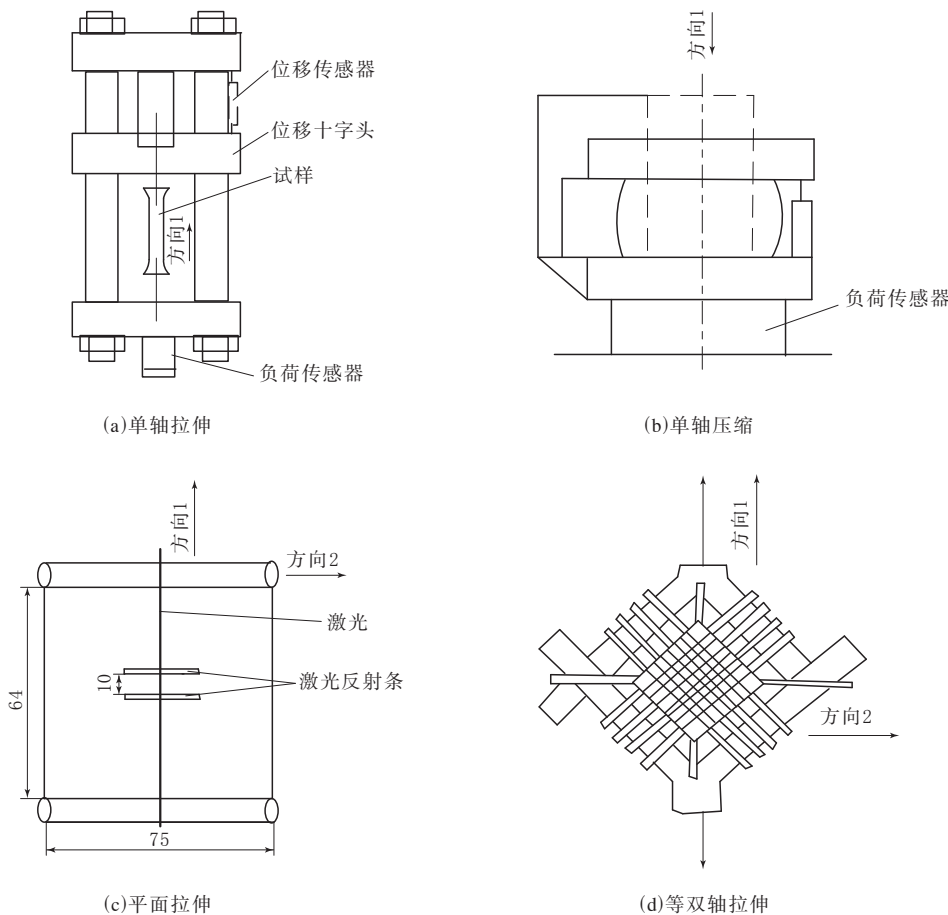


图 1 非线性有限元分析的基本试验

1.2.1 单轴拉伸或压缩

Green 变形张量的应变变量被 Rivlin 定义为

$$I_1 = \lambda_1^2 + \lambda_2^2 + \lambda_3^2 \quad (8)$$

$$I_2 = (\lambda_1 \lambda_2)^2 + (\lambda_2 \lambda_3)^2 + (\lambda_3 \lambda_1)^2 \quad (9)$$

$$I_3 = (\lambda_1 \lambda_2 \lambda_3)^2 \quad (10)$$

如图 1(a) 和 (b) 所示,方向 1 为拉伸(或压缩)方向,假定材料是不可压缩的,根据式(10)可得

$$I_3 = (\lambda_1 \lambda_2 \lambda_3)^2 = 1 \quad (11)$$

由于材料只有单方向拉伸,因此 $\lambda_2 = \lambda_3$ 。而对于中等程度伸长率, $\lambda_1 = \lambda$,代入式(11)得

$$(\lambda \lambda_2^2)^2 = 1$$

则

$$\lambda_2^2 = \lambda_3^2 = \lambda^{-1}$$

变形区的工程应力 $\sigma_1 = \sigma$, $\sigma_2 = \sigma_3 = 0$ (单轴拉伸,另外 2 个方向不受力)。

因

$$t = \sigma \lambda$$

故

$$t_1 = t = \sigma \lambda$$

而

$$t_2 = t_3 = 0$$

代入式(5)得

$$\frac{\sigma \lambda}{\lambda^2 - \lambda^{-1}} = 2 \left(\frac{\partial W}{\partial I_1} + \lambda_3^2 \frac{\partial W}{\partial I_2} \right) \quad (12)$$

对式(3)以 W 对 I_1 和 I_2 分别偏微分,则得

$$\frac{\partial W}{\partial I_1} = C_{10} + 2C_{20}(I_1 - 3) + 3C_{30}(I_1 - 3)^2 \quad (13)$$

$$\frac{\partial W}{\partial I_2} = 0 \quad (14)$$

炭黑填充胶料的试验数据表明, $\frac{\partial W}{\partial I_2}$ 远小于

$\frac{\partial W}{\partial I_1}$, 且接近于零(绝不等于零)。

将式(13)和(14)代入式(12)得

$$\frac{\sigma}{\lambda - \lambda^{-2}} = 2C_{10} + 4C_{20}(I_1 - 3) + 6C_{30}(I_1 - 3)^2 \quad (15)$$

等式的左边是缩减应力项,根据式(8)得

$$I_1 - 3 = \lambda^2 + 2\lambda^{-1} - 3$$

对于式(15),以 $I_1 - 3$ 为 x 轴,其值可由伸长率算出;以缩减应力为 y 轴,其值等于 $\sigma/(\lambda - \lambda^{-2})$,常数项 C_{10} , C_{20} 和 C_{30} 均可由此计算。

1.2.2 平面拉伸(纯剪切)

如图 1(c)所示,方向 1 为拉伸方向。假定材料是不可压缩的,根据式(10)得

$$I_3 = (\lambda_1 \lambda_2 \lambda_3)^2 = 1$$

对于中等程度伸长率, $\lambda_1 = \lambda$, 由于平面拉伸,其宽度方向(方向 2)保持原始尺寸,因此 $\lambda_2 = 1$, 代入式(10)得

$$(\lambda \lambda_3)^2 = 1$$

$$\lambda_3 = \lambda^{-1}$$

变形区的工程应力 $\sigma_1 = \sigma$; 厚度方向 $\sigma_3 = 0$; $\sigma_2 \neq 0$, 试样由刚性夹具支撑。

$$\begin{aligned} \text{因} \quad & t = \sigma \lambda \\ \text{故} \quad & t_1 = \sigma_1 \lambda_1 = \sigma \lambda \\ \text{而} \quad & t_3 = \sigma_3 \lambda_3 = 0 \end{aligned}$$

代入式(6)得

$$\frac{\sigma \lambda}{\lambda^2 - \lambda^{-2}} = 2\left(\frac{\partial W}{\partial I_1} + \lambda_2^2 \frac{\partial W}{\partial I_2}\right) \quad (16)$$

将式(13)和(14)代入式(16)得

$$\frac{\sigma}{\lambda - \lambda^{-3}} = 2C_{10} + 4C_{20}(I_1 - 3) + 6C_{30}(I_1 - 3)^2 \quad (17)$$

等式的左边是缩减应力项,根据式(8)得

$$\begin{aligned} I_1 - 3 &= \lambda^2 + 1 - \lambda^{-2} - 3 \\ &= \lambda^2 + \lambda^{-2} - 2 \end{aligned}$$

1.2.3 等双轴拉伸

如图 1(d)所示,等双轴拉伸试样为方形,四边匀速拉伸,方向 1 和 2 为拉伸方向(x 和 y 轴),假定材料是不可压缩的,根据式(10)得

$$I_3 = (\lambda_1 \lambda_2 \lambda_3)^2 = 1$$

对于中等程度伸长率

$$\begin{aligned} \lambda_1 &= \lambda_2 = \lambda \\ \sigma_1 &= \sigma_2 = \sigma \\ t_1 &= t_2 = \sigma \lambda \end{aligned}$$

而 $t_3 = 0$, 代入式(10)得

$$\begin{aligned} I_3 &= (\lambda_1 \lambda_2 \lambda_3)^2 = \\ &(\lambda^2 \lambda_3)^2 = 1 \\ \lambda_3 &= \lambda^{-2} \end{aligned}$$

代入式(7)得

$$\frac{\sigma \lambda}{\lambda^2 - \lambda^{-4}} = 2\left(\frac{\partial W}{\partial I_1} + \lambda_1^2 \frac{\partial W}{\partial I_2}\right) \quad (18)$$

将式(13)和(14)代入式(18)得

$$\frac{\sigma}{\lambda - \lambda^{-5}} = 2C_{10} + 4C_{20}(I_1 - 3) + 6C_{30}(I_1 - 3)^2 \quad (19)$$

等式的左边是缩减应力项,根据式(8)得

$$\begin{aligned} I_1 - 3 &= \lambda_1^2 + \lambda_2^2 + \lambda_3^2 - 3 = \\ &2\lambda^2 + \lambda^{-4} - 3 \end{aligned}$$

2 试验方法及相关设备和软件

2.1 试验方法

在对轮胎进行有限元分析时,对建立的子午线轮胎模型采用以应变能密度函数描述的 Mooney-Rivlin 型非线性弹性材料模型和基于 Hermann 公式的不可压缩单元来表示橡胶的不可压缩性。由于试验条件的限制,采用单轴拉伸试验测定橡胶材料的 Mooney-Rivlin 本构参数,橡胶试样的大变形测定采用数字散斑法(DSCM)。

数字散斑法是对物体变形前后所采集的表面两幅图像(散斑场)进行相关处理,以实现物体变形场的测量。测量的基本问题是两个相关散斑场,即变形前的参考场和变形后的变形场,在一空间坐标系中,被测物体上一点 P 的坐标为 (x, y, z) , 其变形后的坐标为 $(x' = x + u, y' = y + v, z' = z + w)$, u, v 和 w 分别为 x, y 和 z 方向的位移。在实际测量中,用 CCD 记录试验前后的散斑图,得到两个相关的灰度场,测量 u 和 v 。通常相关函数最简单的定义为

$$C(u, v) = \int_M P(x, y) P'(x + u, y + v) dx dy$$

式中, P 和 P' 分别用变形前后的灰度场来表示。

如果在变形表面 u 和 v 不能看作是整体均匀位移,则要限制在围绕被测量点周围的一小块表面积,把它看作是均匀位移,可得

$$\Delta C = \int_{\Delta M} P(x, y) P'(x + u, y + v) dx dy$$

将其离散化后可得

$$C(u,v,\frac{\partial u}{\partial x},\frac{\partial u}{\partial y},\frac{\partial v}{\partial x},\frac{\partial v}{\partial y}) = \frac{\sum [F(x,y) \cdot G(x,y)]}{[\sum F^2(x,y) \cdot \sum G(x^*,y^*)]^{\frac{1}{2}}}$$

在平面内搜索函数 C 的最大值点,函数 G 与 F 之差即为所求的位移。

2.2 试验设备及试样

试验设备:WD-4020 型电子万能材料试验机;MTV-188IEX 型 CCD,采用 LGY-100 激光发生仪冷光源。试样有 21 种规格。

2.3 试验原理

试验原理如图 2 所示。

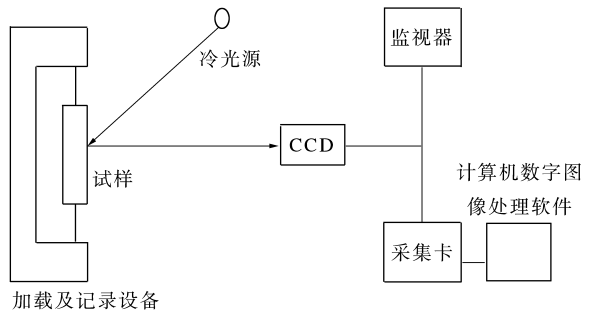


图 2 试验原理示意

2.4 试验相关软硬件参数

试验采用 DSCM 软件,其软硬件参数为:

CCD 采集分辨率	567 像素×768 像素
拉伸速度	2 mm · min ⁻¹
测点数目	>13(一般取 20 个)
载荷分辨率	0.1 N
试样最大位移	80 mm(拉断除外)
相关域	5 像素×5 像素(若失败则改用 10 像素×10 像素)
相关阈值	0.4
位移允许误差	0.01
x-平移基	0
y-平移基	24(个别为 12 左右)

图像分析界面如图 3 所示,图像采集界面如图 4 所示,相关参数设定界面如图 5 所示,结果数据查看界面如图 6 所示,结果图像显示界面如图 7 所示。

3 轮胎胶料性能的试验和拟合分析结果

子午线轮胎主要由胎面、胎肩、胎侧、胎体和

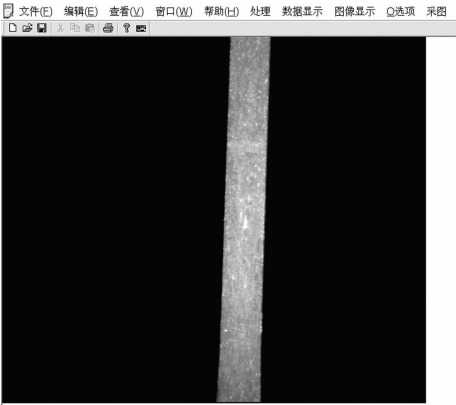


图 3 图像分析界面

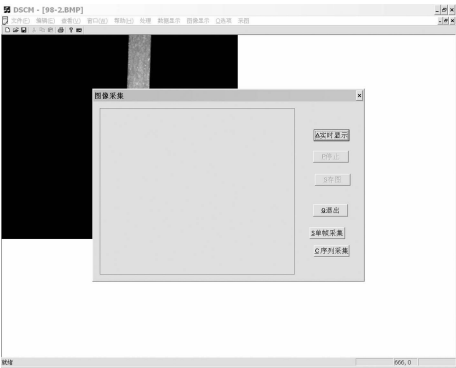


图 4 图像采集界面

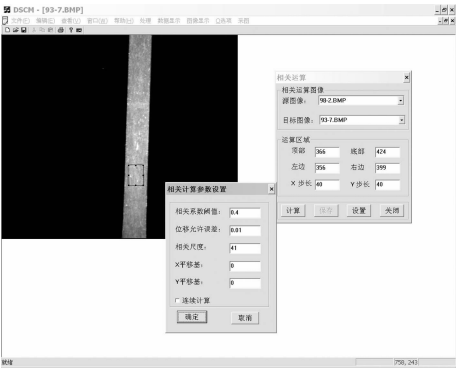


图 5 相关参数设定界面

胎圈等部位构成^[2]。

胎面、胎侧和胎圈等部位使用硬度不同的胶料;胎体、带束层、胎圈包布和钢丝圈是帘线-橡胶复合材料。根据胶料在子午线轮胎中所起的作用不同,可以将胶料分成 21 种。

3.1 试验结果

试验得到工程应力和工程应变之间的关系。由于试验胶料的种类比较多,本文仅取其中的 ASBI 和 TMD 两种试样的试验结果作为示例,如表 1 及图 8 和 9 所示。

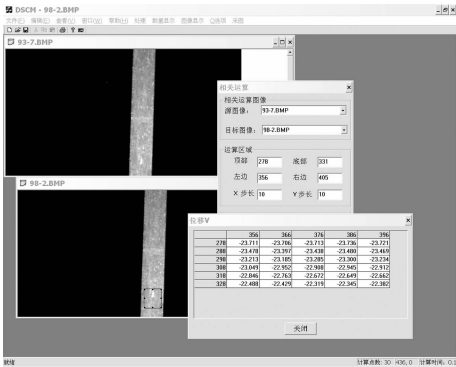


图6 结果数据查看界面

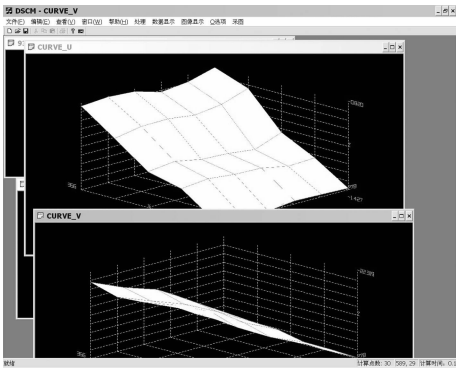


图7 结果图像显示界面

表1 试样ASBI和TMD的试验结果

ASBI		TMD	
应力/MPa	应变	应力/MPa	应变
0.720 5	0.063 6	0.298 2	0.065 4
0.989 6	0.125 2	0.447 3	0.138 8
1.258 7	0.187 5	0.612 1	0.198 3
1.467 0	0.247 2	0.721 9	0.259 5
1.675 3	0.301 7	0.863 2	0.313 2
1.857 6	0.354 4	0.965 2	0.364 2
2.109 4	0.404 0	1.106 4	0.409 4
2.309 0	0.448 5	1.200 6	0.455 0
2.569 4	0.487 4	1.349 7	0.465 7
2.786 5	0.523 5	1.443 8	0.515 8
3.081 6	0.558 9	1.608 6	0.554 8
3.324 7	0.591 2	1.710 6	0.583 9
3.637 2	0.621 7	1.883 2	0.618 4
3.897 6	0.651 1	2.173 6	0.663 1
4.210 1	0.676 6	2.291 3	0.685 9
4.487 8	0.702 6	2.479 6	0.708 1
4.835 1	0.727 5	2.801 3	0.761 7
5.121 5	0.750 4	2.934 7	0.782 9
5.477 4	0.774 0		
5.781 3	0.795 8		

注:ASBI 和 TMD 胶料的泊松比分别为 0.450 4 和 0.497 5。

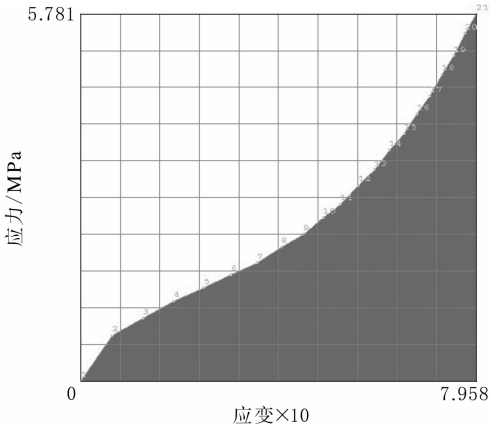


图8 试样ASBI的试验结果

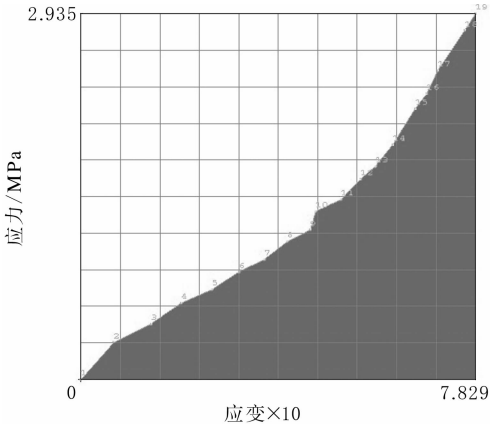


图9 试样TMD的试验结果

3.2 拟合分析结果

采用 Mooney-Rivlin 橡胶模型,基于不变量应变能函数,通过拟合试验结果曲线确定参数。将试验所得曲线输入大型有限元分析应用软件 MARC 进行二次 Mooney(Mooney 2)数据拟合,所得结果如图 10 和 11 所示。选用计算软件 MARC 2001 来拟合曲线得到二次 Mooney 公式的常数项,如表 2 所示。

表2 二次 Mooney 公式的拟合常数项

试样	C ₁₀	C ₀₁
ASBI	1.469 19	0.821 165
TMD	1.175 83	-0.687 439

参考文献:

[1] 王登祥. 轮胎胶料有限元分析的实验基础及计算[J]. 轮胎工业,1998,18(12):721-730.
[2] 俞 淇,周 锋,丁剑平. 充气轮胎性能和结构[M]. 广东:华

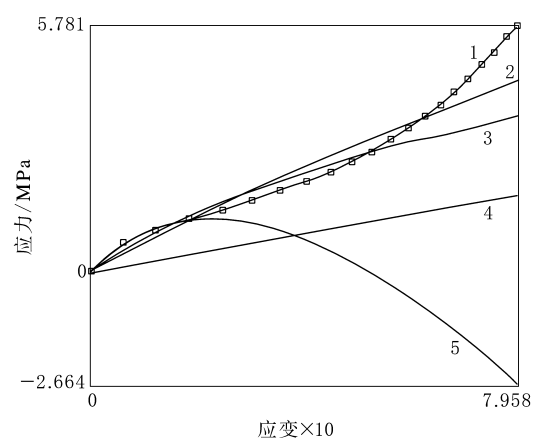


图 10 ASBI 胶料试验与拟合结果对比

1—单轴/试验;2—单轴/Mooney 2;3—平面剪切/Mooney 2;
4—纯剪切/Mooney 2;5—等双轴/Mooney 2。

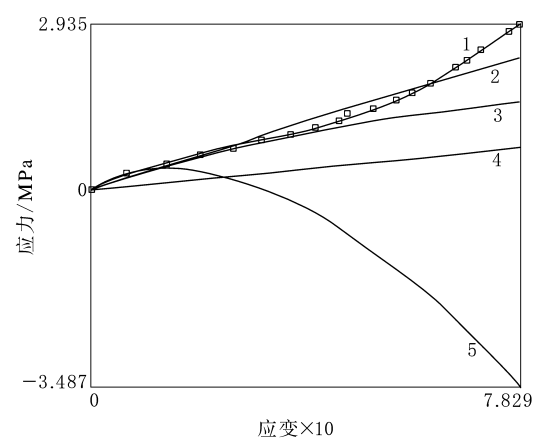


图 11 TMD 胶料试验与拟合结果对比

注同图 10。

南理工大学出版社,1997。

BRDI 建院 50 周年庆典暨橡胶工业发展论坛在京举行

中图分类号:TQ33:F270 文献标识码:D

北京橡胶工业研究设计院(BRDI)建院 50 周年庆典暨橡胶工业发展论坛于 2005 年 12 月 19 日在北京举行。全国人大常委会副委员长顾秀莲应邀到会祝贺。中国石油和化学工业协会名誉会长谭竹洲和会长李勇武,中国科学院院士陈冠荣,中国化工集团公司总经理任建新,中国化工集团公司党委书记、中国昊华化工(集团)总公司总经理兼党委书记王印海,中国橡胶工业协会原理事长黎扬善,中国昊华化工(集团)总公司副总经理陈谋乔和何小勤,山东省诸城市委副书记陈汝孝,山东省淄博市高新区工委副书记李新胜,北京市科委规划体改处处长王军等出席会议。来自橡胶行业和相关行业的领导,中国化工报、中国汽车报、化学工业出版社、中国化工信息中心、信息早报和青年快报等媒体的代表以及 BRDI 的历届领导等参加了会议。与会代表近 200 人。

庆典大会由 BRDI 常务副院长吴桂忠主持,橡胶工业发展论坛由 BRDI 总工程师何晓玫主持。

在庆典大会上,顾秀莲副委员长发表了热情洋溢的讲话。她在讲话中回顾了我国橡胶工业的发展历程,肯定了 BRDI 拥有雄厚的技术实力以及 50 年来引领并推动了中国轮胎工业技术进步、

为中国橡胶工业蓬勃发展做出了巨大贡献。她还简要分析了世界橡胶工业的发展状况以及我国橡胶工业面临的机遇和挑战,要求 BRDI 继续深入贯彻党的十六届五中全会精神,牢固树立和全面落实科学发展观,正确把握引进技术和自主创新的关系,充分利用现有基础,大力推进原始创新、集成创新和消化吸收再创新,努力开发拥有自主知识产权的核心和关键技术,缩短科技成果转化周期。顾秀莲副委员长亲切的话语中包含着对中国民族橡胶工业发展的关注和对 BRDI 百尺竿头更进一步的殷切期望。最后,她还希望 BRDI 再接再厉,努力发展成为国内一流、国外有影响力的科技型企业,为中国橡胶工业发展再立新功。

中国石油和化学工业协会会长李勇武、中国化工集团公司总经理任建新、中国橡胶工业协会副会长许春华等领导分别作了重要讲话,对 BRDI 的工作给予了充分的肯定,并对其发展提出了希望。这些鼓励和期望将激励 BRDI 继续加快发展步伐,以求求真务实的工作作风开拓进取,不断取得更大的成绩。

上海轮胎橡胶(集团)股份有限公司副总经理谢化顺、成山橡胶集团副总裁张建炜代表轮胎生产企业在会上发言,对 BRDI 成立 50 周年表示祝贺,对多年来 BRDI 给予企业的支持表示衷心感谢。

BRDI 院长祝伟在发言中说,50 年来,经过历