

基于 Rebar 实体单元的子午线轮胎加载过程模拟

刁向红

(广州华南橡胶轮胎有限公司, 广东 番禺 511400)

摘要:利用 MSC. Marc2000 通用非线性有限元分析软件, 用 Rebar 实体单元和 Herrmann 实体单元建立模型, 仿真模拟分析 215/45R17 轿车子午线轮胎从安装轮辋到轮胎充气、加载和轮胎下沉全过程的情况。通过过程模拟, 可以直观地观察轮胎各部位力学特性的分布及变化状况。计算结果与试验结果相近。

关键词:非线性有限元分析; 子午线轮胎; 模拟; Rebar 单元; 力学特性

中图分类号:U463.341+.6; O241.82 **文献标识码:**B **文章编号:**1006-8171(2005)08-0456-07

在轮胎设计和分析中引入有限元法是轮胎技术发展中的一个飞跃。近代的轮胎设计理论都以轮胎有限元分析为基础, 例如最佳滚动轮廓理论(RCOT 理论)、最佳张力控制理论(TCOT 理论)、负荷时应变能最小化理论(STEM 理论)、动态模拟最佳轮廓理论(DSOC 理论)、动态稳定最佳化接地面理论(DSOC-T 理论)、预应力轮廓理论(PSP 理论)和周期性应力-应变优化理论(CS-SOT 理论)等^[1]。可以说, 没有轮胎有限元分析, 就没有上述轮胎设计理论。

随着计算机技术的飞速发展, 以有限元法为核心的计算机辅助工程软件(即 CAE 软件)在轮胎设计和分析中得到迅速应用。世界各大轮胎公司普遍利用 CAE 软件在计算机上建立数字轮胎模型, 模拟轮胎静态、动态过程及轮胎的实际使用状况, 从而在设计阶段就获得轮胎的各种静力学及动力学特性。

本文介绍模拟分析的基本方程, 并以我公司的 215/45R17 轿车子午线轮胎为例, 利用 CAE 软件——MSC. Marc2000 通用非线性有限元分析软件建立轮胎模型, 分析子午线轮胎从轮胎与轮辋接触到轮胎充气、加载、轮胎与地面接触和轮胎下沉的全过程, 并对所获取的轮胎在整个加载过程中的部分力学特性进行分析。

1 单元模型及基本方程

轮胎加载时, 其橡胶部件发生大应变、大位移变化, 帘线材料发生小应变、大位移变化, 轮胎的接地压力分布以及轮胎与轮辋的接触压力分布都很复杂, 它们属于几何非线性和边界条件非线性问题。有限元法是求解这类问题的有效数值方法, 其理论基础是变分原理。对于弹性保守系统, 正确建立单元的势能泛函是求解问题的关键。

1.1 橡胶材料的性质及其基本方程

橡胶材料是近似各向同性的大变形超弹性材料, 其应变能函数的表达式^[2]为:

$$W = W(I_1, I_2, I_3) \quad (1)$$

式中, I_1, I_2 和 I_3 为右 Cauchy-Green 变形张量 $\mathbf{C}$ 的 3 个不变量, 分别定义为^[3]:

$$I_1 = I_1(\mathbf{C}) = C_{ii}$$

$$I_2 = I_2(\mathbf{C}) = \frac{1}{2}(C_{ij}C_{ji} - C_{ii}^2) \quad (2)$$

$$I_3 = I_3(\mathbf{C}) = \det \mathbf{C}_{ij}$$

因此, 也可设 W 为 $\mathbf{C}$ 的函数, 即 $W = W(\mathbf{C})$ 。 W 通过 $\mathbf{C}$ 的 3 个不变量而依赖于 $\mathbf{C}$ 。 $\mathbf{C}$ 的 3 个不变量还可表示为^[3]:

$$\begin{aligned} I_1 &= \lambda_1^2 + \lambda_2^2 + \lambda_3^2 \\ I_2 &= \lambda_1^2 \lambda_2^2 + \lambda_2^2 \lambda_3^2 + \lambda_3^2 \lambda_1^2 \\ I_3 &= \lambda_1^2 \lambda_2^2 \lambda_3^2 \end{aligned} \quad (3)$$

式中, λ_1, λ_2 和 λ_3 为伸长率。

$$\lambda_i = (L_i + u_i)/L_i \quad (4)$$

式中, u_i 为 i 方向的伸长量, L_i 为变形前长度。

通常橡胶被近似认为是不可压缩材料, 即

作者简介:刁向红(1962-), 男, 广西蒙山人, 广州华南橡胶轮胎有限公司工程师, 硕士, 主要从事轮胎有限元研究和应用工作。

$$\lambda_1 \lambda_2 \lambda_3 = 1 \quad (5)$$

这时 $I_3=1$, W 仅为 I_1 和 I_2 的函数。Rivlin 提出将 W 写为如下级数形式^[4]:

$$W = \sum_{m=0}^N \sum_{n=0}^N c_{mn} (I_1 - 3)^m (I_2 - 3)^n \quad (6)$$

式中, c_{mn} 是材料常数, 可通过试验获得。 $c_{00}=0$ 表示初始状态应变能为零。取上式的前 9 项得 Rivlin 应变能函数的三次方程:

$$\begin{aligned} W = & c_{10} (I_1 - 3) + c_{01} (I_2 - 3) + c_{11} (I_1 - 3) (I_2 - 3) + \\ & c_{20} (I_1 - 3)^2 + c_{02} (I_2 - 3)^2 + c_{12} (I_1 - 3) (I_2 - 3)^2 + \\ & c_{21} (I_1 - 3)^2 (I_2 - 3) + c_{30} (I_1 - 3)^3 + c_{03} (I_2 - 3)^3 \end{aligned} \quad (7)$$

式(7)可进一步简化为 Yeoh 应变能函数的三次方程^[2]:

$$W = c_{10} (I_1 - 3) + c_{20} (I_1 - 3)^2 + c_{30} (I_1 - 3)^3 \quad (8)$$

式(8)适用于炭黑补强的轮胎胶料。

对于不可压缩材料, 系统内能函数仅取决于静水压力(λ)下的 Cauchy 应力。利用拉格朗日乘子法, 将 λ 作为拉格朗日乘子与材料不可压缩条件引入系统泛函中, 得到系统修正泛函^[5]:

$$\Pi(\mathbf{u}, \lambda) = \int_V [W(\mathbf{C}) + \lambda(J - 1)] dV + \Pi^e(\mathbf{u}) \quad (9)$$

式中, Π^e 为保守力系的外力势, V 为在初始构形下的体积域, $\mathbf{u}$ 为位移矢量, J 为体积比。

J 的计算公式为:

$$J = \frac{dv}{dV} = \det \mathbf{F} = (\det \mathbf{C})^{1/2} = 1 \quad (10)$$

式中, v 为在即时构形下的体积域, $\mathbf{F}$ 为变形梯度, $\mathbf{C} = \mathbf{F}^T \mathbf{F}$ 。

将式(9)关于 $\mathbf{u}$ 和 λ 变分可得到:

$$\begin{aligned} \delta_u \Pi &= \int_V \left(\frac{\partial W}{\partial \mathbf{C}} : \delta \mathbf{C} + \lambda \delta J \right) dV + \delta_u \Pi^e(\mathbf{u}) \\ &= 0 \end{aligned} \quad (11)$$

$$\delta_\lambda \Pi = \int_V \delta \lambda (J - 1) dV = 0 \quad (12)$$

式(11)又可转换为在即时构形下的表达式^[5]:

$$\delta_u \Pi = \int_v (\tilde{\boldsymbol{\sigma}} + \lambda) : \delta \boldsymbol{\varepsilon} dv + \delta_u \Pi^e(\mathbf{u}) \quad (13)$$

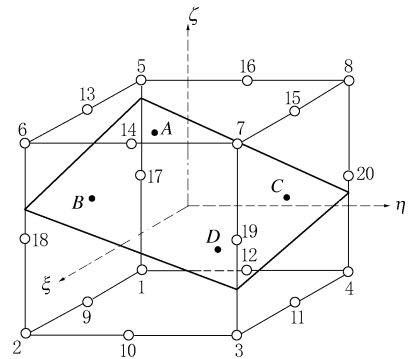
式中, $\delta \boldsymbol{\varepsilon}$ 表示线性化的欧拉应变张量的变分, $\tilde{\boldsymbol{\sigma}}$ 为 Cauchy 应力, 可表示为^[4~6]:

$$\tilde{\boldsymbol{\sigma}} = \frac{2\mathbf{F}}{J} \cdot \frac{\partial W}{\partial \mathbf{C}} \mathbf{F}^T \quad (14)$$

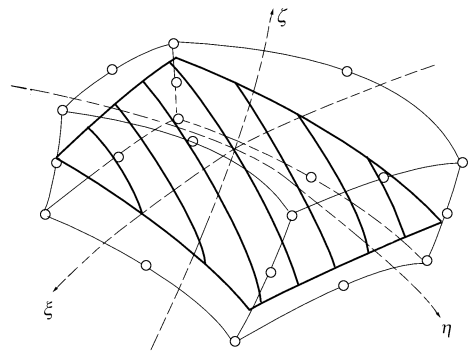
橡胶材料是近似不可压缩材料, 其单元模型通常采用包含压力自由度和位移自由度的 Hermann 单元。

1.2 Rebar 单元模型及基本方程

Rebar 单元又称加强筋单元, 是一种可在单元内设置增强材料的空单元。Rebar 单元与基体单元结合构成表达增强复合材料的单元模型。MSC. Marc 软件提供的加强筋单元如图 1 所示, 图中 A~D 点为在 Rebar 层上的积分点。



(a) 母单元



(b) 映像

图 1 20 节点 Rebar 单元示意

在初始构形中, 加强筋的泛函数变分方程为^[5]:

$$\delta_u \Pi = \int_V \mathbf{S}_R \cdot \mathbf{T}^T \mathbf{F}^T \text{GRAD} \delta \mathbf{u} dV \quad (15)$$

式中, $\mathbf{T}$ 是初始构形加强筋轴向单位矢量, $\mathbf{S}_R = \mathbf{T}^T \mathbf{S} \mathbf{T}$, 是第二 P-K 应力在加强筋轴向的分量, 它与应变能函数的关系为:

$$\mathbf{S}_R(\lambda_R, \lambda_L) = 2\mathbf{T}^T \frac{\partial W(\lambda_R, \lambda_L)}{\partial \mathbf{C}} \mathbf{T} \quad (16)$$

式中, λ_L 是 Rebar 单元的横向伸长率, λ_R 是 Rebar 单元的轴向伸长率, $\lambda_R^2 = \mathbf{T}^T \mathbf{C} \mathbf{T}$ 。

$$\int_V d\mathbf{S}_R \mathbf{T}^T \mathbf{F}^T \text{GRAD} \delta \mathbf{u} \mathbf{F} dV + \int_V \mathbf{S}_R \mathbf{T}^T d\mathbf{F}^T \text{GRAD} \delta \mathbf{u} \mathbf{T} dV = \int_V \mathbf{T}^T (\mathbf{F}^T \text{GRAD} \mathbf{u} + \text{GRAD}^T \mathbf{u} \mathbf{F}) \mathbf{T} \cdot \frac{d\mathbf{S}_R}{d\lambda_R^2} \mathbf{T}^T \mathbf{F}^T \text{GRAD} \delta \mathbf{u} \mathbf{T} dV + \int_V (\text{GRAD} \mathbf{u} \mathbf{T})^T \mathbf{S}_R (\text{GRAD} \delta \mathbf{u} \mathbf{T}) dV \quad (17)$$

相应地, 在空间构形中, 式(15)的线性化形式为:

$$\int_v \mathbf{t}^T \nabla^s \mathbf{u} \mathbf{T} \cdot \frac{2\lambda_R^4 d\mathbf{S}_R}{J d\lambda_R^2} \cdot \mathbf{t}^T \nabla^s \delta \mathbf{u} \mathbf{T} dv + \int_v (\nabla \mathbf{u} \mathbf{T})^T \boldsymbol{\sigma}_R \nabla \delta \mathbf{u} \mathbf{T} dv \quad (18)$$

式中, $\mathbf{t}$ 是在空间构形下加强筋轴向上的单位矢量, 它与初始构形的变换为: $\lambda_R \mathbf{t} = \mathbf{F} \mathbf{T}$; $\boldsymbol{\sigma}_R = \mathbf{t}^T \boldsymbol{\sigma} \mathbf{t}$, 表示 Cauchy 应力在加强筋轴向上的分量。

$$\nabla^s \mathbf{u} = \frac{1}{2} (\mathbf{u}_{ij} + \mathbf{u}_{ji}) \quad (19)$$

1.3 接触问题描述方法

接触问题常用 3 种描述方法: 拉格朗日乘子法、罚函数法和直接约束法。它们都是描述施加无穿透接触约束的方法。要求产生接触的两个物体必须满足的无穿透约束条件为:

$$\Delta \mathbf{u}_a \mathbf{n} \leq D \quad (20)$$

式中, $\Delta \mathbf{u}_a$ 为主接触体接触点 a 的位移向量增量, $\mathbf{n}$ 为被接触体接触点表面单位法向矢量, D 为接触距离容限。

(1) 拉格朗日乘子法

接触问题的拉格朗日乘子法首先考虑使泛函 Π 取驻值的问题, 同时未知位移 $\mathbf{u}$ 在边界上还需服从附加非穿透约束条件:

$$E(\mathbf{u}) = 0 \quad (\text{在 } S \text{ 中}) \quad (21)$$

这时引入这些附加条件构造另外一个泛函:

$$\Pi^* = \Pi + \int_S \boldsymbol{\lambda}^T E(\mathbf{u}) dS \quad (22)$$

式中, Π 是未知函数 $\mathbf{u}$ 必须服从附加条件式(21)时的泛函, $\boldsymbol{\lambda}$ 是边界面 S 上的未知函数向量, 称为拉格朗日乘子, Π^* 称为修正泛函。 Π^* 的驻值条件是它的一次变分等于零。

$$\delta \Pi^* = \delta \Pi + \int_S \delta \boldsymbol{\lambda}^T E(\mathbf{u}) dS + \int_S \boldsymbol{\lambda}^T \delta E(\mathbf{u}) dS = 0 \quad (23)$$

(2) 罚函数法

仍然考虑具有附加条件[式(21)]的泛函的驻值问题。修正泛函则由罚函数和附加条件构成:

在初始构形中, 式(15)的线性化形式可变为^[5]:

$$\Pi^{**} = \Pi + \alpha \int_S E^T(\mathbf{u}) E(\mathbf{u}) dS \quad (24)$$

式中, α 称为罚函数。 α 的值很大, 如果式(21)得不到满足, 附加条件乘积的变分就不等于零, 罚函数便将这个值夸大, 从而使系统的求解无法实现。换言之, 只有在式(21)得到满足之后, 才能求解出具有实际物理意义的结果。

(3) 直接约束法

直接约束法是基于求解器的方法。用直接约束法处理接触问题是追踪物体的运动轨迹, 一旦探测出发生接触, 便将接触所需的运动约束(即法向无相对运动、切向可滑动)和节点力(法向压力和切向摩擦力)作为边界条件直接施加在产生接触的节点上。这种方法对接触的描述精度高, 具有普遍适应性。不需要增加特殊的界面单元, 也不涉及复杂的接触条件变化。

2 有限元模型的建立

本研究建立的 215/45R17 子午线轮胎 1/2 有限元模型如图 2 所示。有限元模型的规模通常会受硬件计算功能的影响。目前用于轮胎模拟分析的电脑已由微机发展到大型计算机和巨型计算机。在一定的硬件配置条件下, 如果有限元模型规模太小, 计算精度就得不到保证, 而规模太大, 硬件就无法支持大规模的运算。本研究采用 DELL PRECISION 533 升级型工作站 (CPU 2.4 GHz, 内存 2.0 Gb, 硬盘 73 Gb), 基本上可以满足本研究的计算要求。本研究有限元模型单元总数是 37 300 个, 由 746 个平面单元旋转拉伸而成。其中轮胎与地面接触区域的单元予以细分。轮胎的加强层及钢丝圈采用 Rebar 六面体单元, 橡胶材料部件采用 Herrmann 六面体单元。轮辋和地面近似为刚体, 用刚性面表示。所有接

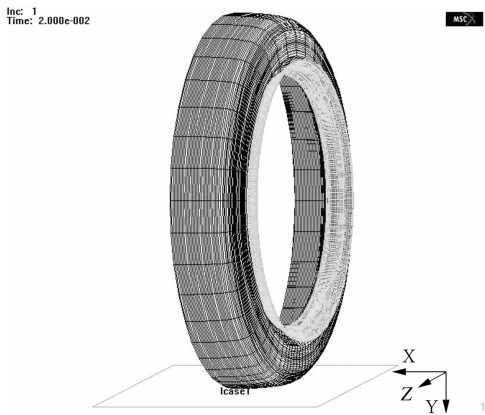


图 2 1/2 轮胎有限元模型

触面采用库仑摩擦模型,摩擦因数取 0.55,接触算法采用直接约束法。橡胶部件的材料参数通过简单的物理性能试验后,利用 MSC. Marc 的材料拟合功能获取。计算模型的气压与外负荷采用线性方式加载,最小值均为零;气压最大值取标准气压(250 kPa),外负荷最大值为 728 kg。标准负荷为 545 kg。

3 加载过程及计算结果

初始状态下,在轮胎对称面内施加相应的位移约束,轮辋与轮胎模型分开一定距离。安装轮辋的模拟过程是通过给定轮辋一个位移,使轮辋向轮胎模型方向移动到指定位置。在模拟轮辋安装过程中,由于轮胎变形大,计算很容易不收敛。这可以通过在轮辋移动的同时在轮胎内表面施加一小气压的方法来解决。轮辋到位后开始充气,充气过程是在轮胎模型内表面施加表面压力来实现。表面压力从零逐渐增大到标准气压。加载过程是在近似地面的刚性平面法向上施加指向轮胎的集中负荷,并从零开始逐渐增大到指定负荷值。通常加载过程和加载步长均对收敛性有较大的影响,必须适当选择。图 3 示出 215/45R17 子午线轮胎的 1/2 有限元模型充气加载下沉过程的计算结果。

4 计算结果分析

轮胎内部的应力分布非常复杂,一般很难用试验的方法测量。因此,在进行轮胎计算结果分析时,通常利用轮胎充气断面宽度、轮胎加载下沉

量和接地压力分布等可测试的项目与模拟分析结果对比。

在气压达到标准气压 250 kPa 后,轮胎断面宽度的计算结果为 217.7 mm,而实测结果是 222.1 mm(标准值为 220 mm);计算外直径为 628.6 mm,而实测结果是 627.4 mm;当加载到标准负荷(545 kg)时,下沉量计算值是 21.98 mm,而实测值是 23.0 mm。图 4 示出从零加载到 728 kg 下沉量计算结果与实际试验加载到 545 kg 的结果对比。

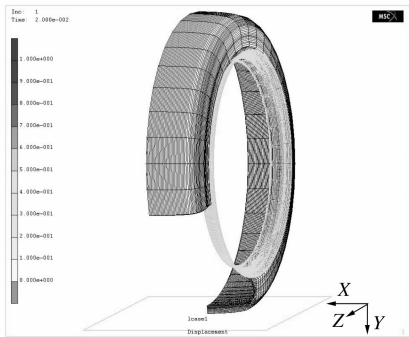
加载到 545 kg 标准负荷时,胎面与地面接触的计算压力分布如图 5 所示。由图 5 可以看到,边缘的压力最大,这与图 6 所示标准负荷下实测胎面接地压力印痕结果相似。

以上述试验对比结果为基础,可以进行力学特性等分析,本工作只以第 2 带束层的剪切应力为例。图 7 示出加载到 545 kg 标准负荷时,第 2 带束层在 X 和 Y 方向上的剪切应力分布云图,图 8 示出剪切应力分布曲线。由图 7 和 8 可见,在接触区域,最大剪切应力的位置在带束层端部,其外表面的剪切应力是从轮胎中心指向外面,而且在端部与轮胎中心之间有一条零剪切应力带。此外,最大剪切应力位置随负荷的大小而变。带束层端部通常是轮胎最易破坏的部位,其剪切应力是重要的影响因素。因此,应通过模拟修改结构或改善材料性能,尽量减小带束层端部的最大剪切应力,避免剪切应力变化过于激烈及尽量使零剪切应力带向中心移动等。

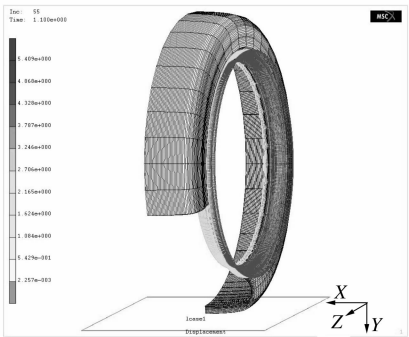
另外,还可以通过改变轮胎结构如改变帘线的分布角度和分布密度来观察其内部的应力变化状况^[7]。同样,还可以获得胎体帘布层、钢丝圈和各橡胶部件的应力和位移状况分析结果等。通过进行一系列的轮胎模拟数据分析和轮胎实际使用试验数据分析,可以近似地找到最佳轮胎结构和相应的材料特性。

5 结语

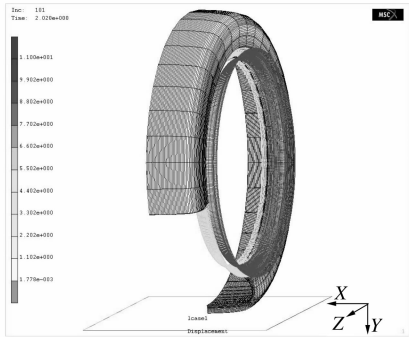
本研究下沉量的分析结果比试验数值小,这说明轮胎计算模型的位移场总体偏小。由有限元基本原理可知,用位移法求解的计算模型通常会比实际情况显得刚硬^[8]。此外,本研究的轮胎充



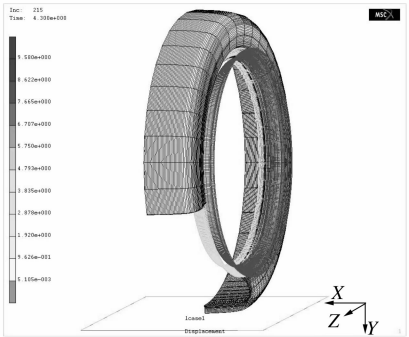
(a)初始状态



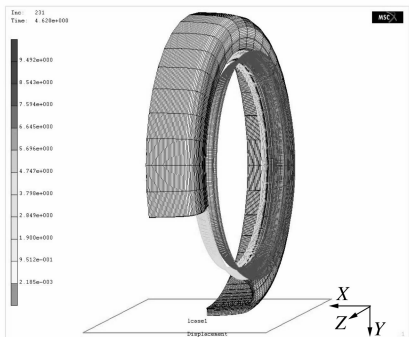
(b)轮辋安装过程中



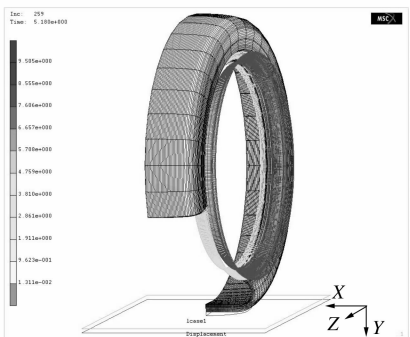
(c)轮辋安装到位



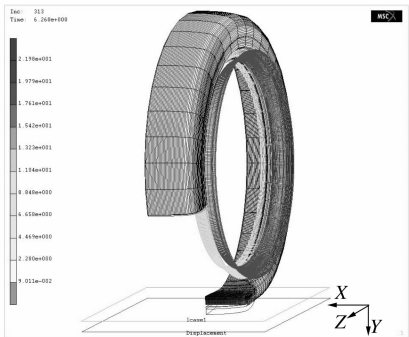
(d)充气过程中



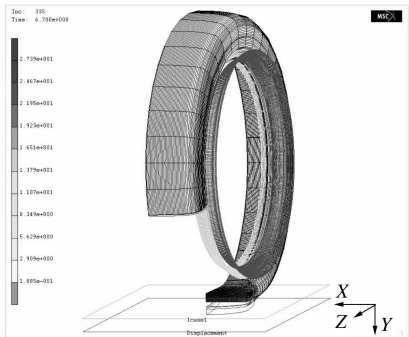
(e)充气结束后开始加载



(f)加载过程中



(g)加载到标准负荷



(h)过载情况

图 3 充气加载过程计算结果

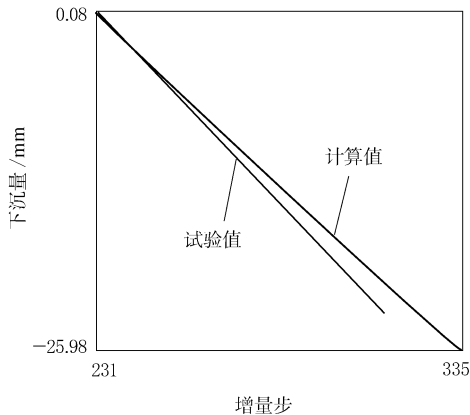


图 4 加载下沉量计算值与试验值对比

气断面宽度及外直径的计算结果与实测结果相近,标准负荷下计算胎面接地压力分布与胎面接地压力印痕试验结果趋势相近。因此本研究的计算结果是合理的。

通过轮胎加载过程模拟,可以直观地观察轮胎各部位的力学特性及变化状况,并通过改进来消除各种不利因素。因此轮胎加载过程模拟分析不仅可以为提高轮胎设计质量提供依据,也可以为改进轮胎使用性能提供有力的分析手段。

参考文献:

[1] 俞 洪,周 锋,丁建平. 充气轮胎性能与结构[M]. 广州:华南理工大学出版社,1998. 4.

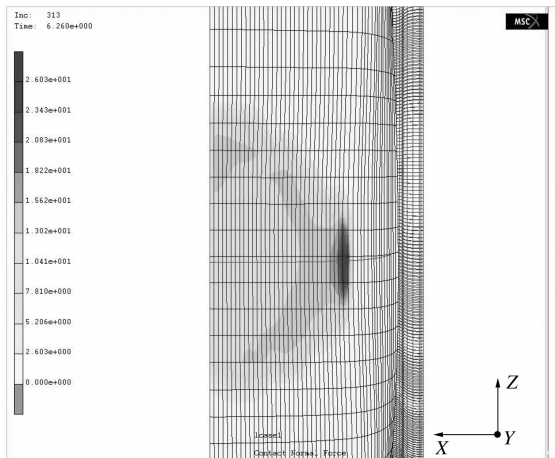
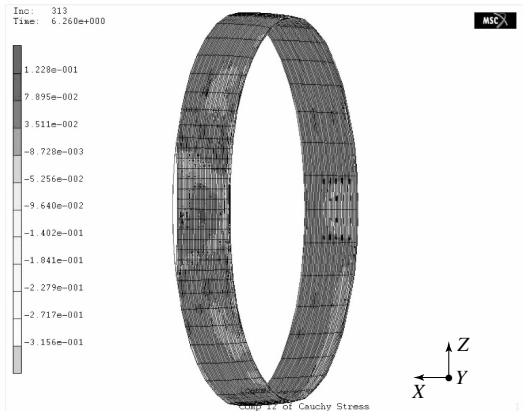


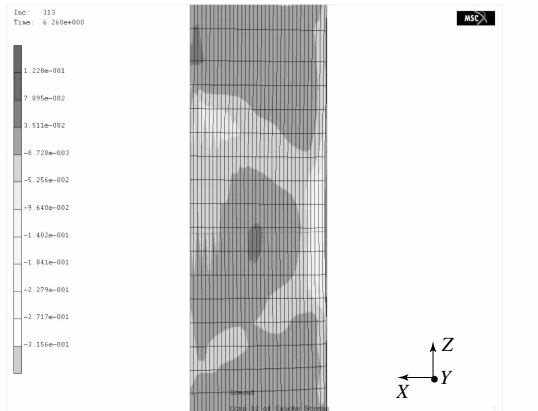
图 5 胎面计算压力分布



图 6 实测胎面印痕



(a)整体分布云图



(b)局部分布云图

图 7 第 2 带束层在 X 和 Y 方向上的剪切应力分布

[2] 王登祥. 轮胎胶料有限元分析的实验基础及计算[J]. 轮胎工业,1998,18(12):721-729.

[3] 黄克智,黄永刚. 固体本构关系[M]. 北京:清华大学出版社,1999. 260-262.

[4] 黄筑平. 连续介质力学基础[M]. 北京:高等教育出版社,2003. 263-265.

[5] Helnwein P,Liu C H,Meschke G, *et al*. A new 3-D finite element model for cord-reinforced rubber composites——application to analysis of automobile tires[J]. Finite Elements in Analysis and Design,1993(14):1-16.

[6] Belytschko T,Liu W K,Moran B. 连续体和结构的非线性有限元[M]. 庄 茁译. 北京:清华大学出版社,2002. 89-205.

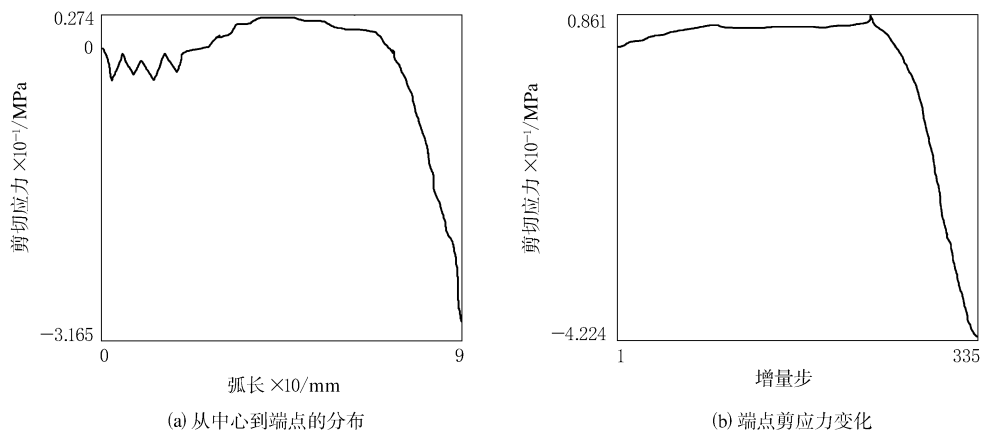


图 8 剪切应力分布曲线

[7] 刁向红. 利用 MSC. Marc 软件分析子午线轮胎的帘线增强 [A]. MSC. SOFTWARE 中国解决方案论坛 2000 论文集 [C]. 北京: 2000. 10.

[8] 王勖成, 邵敏. 有限单元法基本原理和数值方法 [M]. 北京: 清华大学出版社, 1997. 3.

第 13 届全国轮胎技术研讨会论文

Simulation for loading process of radial tire based on Rebar element

DIAO Xiang-hong

(Guangzhou South China Rubber & Tire Co., Ltd, Panyu 511400, China)

Abstract: A model was established with MSC. Marc 2000 universal non-linear FEA software based on Rebar element and Herrmann element to simulate the whole process from rim fitting and tire inflation to load application and tire deflection of 215/45R17 PCR tire. The stress distributions and changes in various parts of tire could be directly observed by the above process simulation. The calculated results from the model were close to the experimental results.

Keywords: non-linear FEA; radial tire; simulation; Rebar element

我国 6 000 t · a⁻¹ 促进剂 NS

生产技术通过鉴定

中图分类号: TQ330.38⁺5 文献标识码: D

我国具有自主知识产权的 6 000 t · a⁻¹ 促进剂 NS 及其配套的中间体叔丁胺生产技术, 在中国石油和化学工业协会、中国橡胶工业协会组织下于 2005 年 7 月 3 日通过了技术鉴定。

促进剂 NS 不仅应用于子午线轮胎, 还广泛应用于斜交轮胎及其它橡胶制品, 是一种标准型的次磺酰胺类促进剂, 使用中不产生致癌物质亚硝胺, 是目前国内大量使用同类含毒性产品的更新换代产品。该项生产技术有多项创新, 最突出的是在中间体叔丁胺和促进剂 NS 的合成工艺中

实现了合成母液回收和副产物提纯, 减少了废物排放, 做到了循环利用、清洁生产, 同时降低了生产成本。

目前山东阳谷华泰化工有限公司已建成了 6 000 t · a⁻¹ 促进剂 NS 及配套的中间体叔丁胺先进生产线。该生产线不仅是目前国内规模最大的生产装置, 而且促进剂 NS 的造粒技术也有改进, 产品性能达到同类产品的国际先进水平。

生产工艺的改进和生产成本的降低对推广促进剂 NS 的应用极具优势, 为国内高效低毒橡胶助剂的使用提供了非常有利的条件。

(北京橡胶工业研究设计院 陈志宏供稿)