

子午线轮胎带束层、胎体及钢丝圈应力计算

王学林

(华中科技大学 机械学院, 湖北 武汉 430074)

摘要:推导了子午线轮胎胎体帘线应力计算公式, 讨论并比较了不同理论带束层、帘线及钢丝圈应力的计算。结果表明, 对于帘线张力计算, F. Frank 公式和本文推导的公式较合理; 对于带束层张力计算, 萨尔特阔夫理论计算结果为上限, 薄膜理论计算结果为下限, 本文推导的公式计算结果介于二者之间; 各理论的钢丝圈张力计算结果差别不大。

关键词:子午线轮胎; 带束层; 帘线; 钢丝圈; 应力

中图分类号:U463.341⁺.6; TQ330.1⁺7 **文献标识码:**B **文章编号:**1006-8171(2001)09-0537-05

子午线轮胎带束层、胎体帘线和胎圈钢丝受力的计算已有很多理论^[1~4], 但由于各种理论采用的假设不同, 计算结果差别较大。对设计人员来讲, 选择何种理论及对计算结果如何评价都面临着困难。由于各种理论散见于不同的文献, 有的只能是间接地看到结果, 很难知道其适用条件和近似程度。虽然有限元法是一种非常有效的数值方法, 但国内目前还不能完全依靠有限元分析来进行轮胎设计。本工作介绍了有关理论的计算方法, 并对计算结果进行了对比, 旨在为设计者选择不同的设计理论提供参考。

1 胎体帘线应力分析

本文只讨论子午线轮胎的内压载荷。轮胎结构尺寸及胎体帘线受力示意图见图1。将轮胎内压折算到胎体帘线上, 按分析模型(见图1)建立帘线的平衡方程。

x 轴方向的平衡方程如下:

$$\begin{aligned} t' &= \frac{2\pi p}{N} \left[\int_m^d z dz + \int_d^k (1-g) z dz \right] \\ &= \frac{\pi p}{N} \left[(r_k^2 - r_m^2) - 2 \int_d^k g z dz \right] \quad (1) \end{aligned}$$

作者简介:王学林(1963-), 男, 湖北鄂州人, 华中科技大学副教授, 博士, 主要从事 CAD/CAE 的教学、科研和工程应用方面的工作。

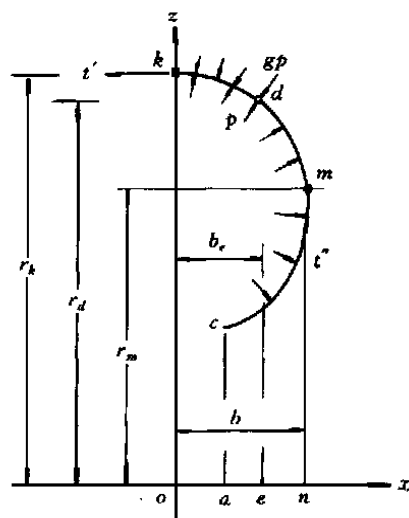


图1 轮胎结构尺寸及胎体帘线受力示意

r_k —胎冠点的半径; r_d —带束层边缘的半径; r_m —断面最宽点的半径; b_e —带束层最大宽度的一半; b —断面最大宽度的一半; p —轮胎内压; g —带束层的内压分担率

式中, N 为胎体帘线总根数。

z 轴方向的平衡方程如下:

$$\begin{aligned} t'' &= \frac{2\pi p}{N} \left[\int (1-g) z dx + \int_c^e z dx \right] \\ &= \frac{2\pi p}{N} \left[(F_0 - \int g z dx) \right] \quad (2) \end{aligned}$$

式中, F_0 为曲线内轮廓曲线 z 轴与 x 轴所围的面积, 即 $kdmno$ 的面积, 其值为 $\int z dx$ 。

如果采用胎体帘线各处张力相等的假设,

则有 $t' = t''$

由式(1)和(2)可得:

$$2F_0 - (r_k^2 - r_m^2) = 2 \int_g g z dx - 2 \int_g g z dz \quad (3)$$

式(3)就是在 $t' = t''$ 的假设条件下,内压分担率 g 应满足的条件。下面分几种情况进行讨论。

(1) $g = 0$, 这种情况是指无带束层子午线轮胎,由式(3)可得无带束层子午线轮胎在平衡时满足下面的关系:

$$2F_0 = r_k^2 - r_m^2 \quad (4)$$

(2) g 为常数,即 F. Frank 假设^[1]。由式(3)可以得到下面的关系:

$$g = \frac{2F_0 - (r_k^2 - r_m^2)}{2F_e - (r_k^2 - r_d^2)} \quad (5)$$

式中, $F_e = \int z dx$, 即图1中 $kdeo$ 所围的面积。

(3)假设胎冠部位带束层的内压分担率可近似用下面的函数表示^[1,2]:

$$g = \tau_0 - \frac{a(r_k - z)}{r_k - r_d} \quad (6)$$

式中, τ_0 为中心的压力分担率。将式(6)代入式(3),设定 τ_0 和带束层部位的断面形状 z , 可以确定参数 a 。进而可以计算出胎体帘线的受力。

下面仅就 g 为常数这一情况进行讨论。在这种条件下,将式(5)代入式(1)或(2),得胎体帘线受力计算式为:

$$T_c = \frac{\pi p}{N} [r_k^2 - r_m^2 - \frac{2F_0 - (r_k^2 - r_m^2)}{2F_e - (r_k^2 - r_d^2)} (r_k^2 - r_d^2)] \quad (7)$$

$$\text{或 } T_c = \frac{2\pi p}{N} [F_0 - \frac{2F_0 - (r_k^2 - r_m^2)}{2F_e - (r_k^2 - r_d^2)} F_e] \quad (8)$$

从上面的推导过程不难看出,式(7)和(8)是等效的。

2 带束层和胎圈受力分析

2.1 带束层张力 T_b

取旋转半径大于 r_m 的部分胎体为对象,建立平衡方程,则带束层和胎体帘线受力关系如下:

$$T_b = 2F_0 p - \frac{NT_c}{\pi} \quad (9)$$

将式(7)或(8)代入式(9)即可求得带束层在周向的张力 T_b 。

2.2 钢丝圈张力 T_B

这里只讨论钢丝圈横截面上的张力,截面上的应力分布将另文讨论。

(1) 理想情况

传统的分析理论都是讨论理想情况。假设轮辋对轮胎只有轴向作用,胎体帘线传递的径向力完全由钢丝圈承担,取 $1/4$ 胎体为研究对象,根据周向力平衡方程可得如下公式:

$$T_b + 2T_B = 2F_1 p \quad (10)$$

式中, F_1 为胎体内轮廓所围的面积,即图1中 $kdmcao$ 所围的面积。

如果认为每根帘线对钢丝圈的作用力都为 T_c' ,仅以钢丝圈为研究对象,应有如下公式:

$$T_B = \frac{N}{2\pi} T_c \cos \theta_c' \quad (11)$$

式中, θ_c 是 T_c 与钢丝圈所在平面的夹角。如果 T_B 同时满足式(10)和(11),则钢丝圈受力就是所称的理想情况。式(11)中并没有用轮辋点帘线与钢丝圈所在平面的夹角 θ_c (见图2)来代替 θ_c' ,这是由于 T_c 是否过钢丝圈截面形心值得讨论,而这对钢丝圈截面应力分布有影响。在一些子午线轮胎(包括斜交轮胎)钢丝圈张力计算中,大都不加讨论地认为:

$$\cos \theta_c' = \cos \theta_c = 1$$

这就包含了两方面的意义:① θ_c 或 θ_c' 很小;②

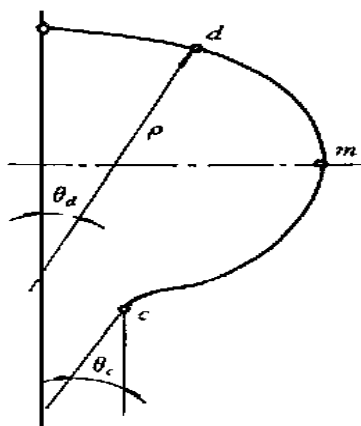


图2 帘线应力分析示意

帘线对钢丝圈的作用力的合力过钢丝圈截面形心。无论是实际结构如此,还是一种假设,只要图1中 cm 段是曲线,根据平衡方程, $\theta_c = 0$ ($\cos\theta_c = 1$)就意味着轮辋凸缘对胎体帘线不仅有轴向力的作用,还有径向力的作用。

如果将式(11)代入式(9),并认为 $T_c = T_c'$ 且 $\cos\theta_c' = 1$,即认为胎体帘线对钢丝圈的作用力在钢丝圈所在平面内,则有如下公式成立:

$$T_b + 2 T_B = 2 F_0 p \quad (12)$$

$$T_B = \frac{N}{2\pi} T_c \quad (13)$$

萨尔特阔夫理论^[3]中的 T_b 和 T_B 就满足式(12)。式(12)与式(13)是等效的。那么,这一关系是否合理呢?

也许有人认为 $\cos\theta_c$ 的最大值为1,于是 T_B 的最大值应按式(13)计算。因此,在采用胎体帘线各处张力 T_c 相等的假设条件下,式(12)是合理的。

但如果换一个角度考虑,就会发现式(12)对设计指导性不强。首先,对断面最大宽度相同而胎圈直径不同的轮胎,由式(12)可得出胎圈张力不变的结论,这与实际不符。另外,按式(13)计算的结果是否就是 T_B 的最大值呢?因为作为强度计算,取最大值也是可以的。下面用一种极端情况来说明满足式(12)的 T_B 也不一定是最大值。

(2) 极端情况

钢丝圈是被胎体帘线包裹着的,即帘线是绕过钢丝圈的。在极端情况下,如果钢丝圈外侧帘线在很大的摩擦力作用下,且帘线与钢丝圈粘合强度不大,则帘线对钢丝圈的作用类似于绳索绕过滑轮,这时帘线对钢丝圈的作用力 $T_c' = 2 T_c$ 。在这样的极端情况下,钢丝圈最大张力近似为:

$$T_B = \frac{N}{\pi} T_c$$

因此,满足式(12)的 T_B 也不一定是最大值。我们认为,由式(13)计算的最大钢丝圈张力可能偏大,也可能偏小,这与 θ_c 的大小和帘线在胎圈部位的摩擦力有关。

综上所述,在内压作用下,如果假设上述两

种情况下胎体帘线受力不变,则钢丝圈张力的范围如下:

$$F_1 p - \frac{T_b}{2} < T_B < 2 F_1 p - T_b$$

虽然上述极端情况不大可能发生,但为了比较,也列出这种极端情况下钢丝圈最大张力的计算公式:

$$T_B' = 2 F_1 p - T_b \quad (14)$$

此外,我们所看到的资料中都不加讨论地包含了帘线对钢丝圈的作用力的合力正好过钢丝圈截面形心的假定,但实际情况可能不是这么简单。如果有力的偏心,在钢丝圈横截面上应有弯矩,而弯矩将产生非均匀分布应力(这一问题将另文讨论)。因此,在钢丝圈张力的计算中,以有试验结果修正的计算式为宜。

3 胎体帘线张力和带束层与钢丝圈张力的各种计算方法

(1) F. Böhm 理论帘线张力计算公式:

$$T_c = \frac{\pi p}{N} [(r_d^2 - r_m^2) + (1 - g)(r_k^2 - r_d^2)] \quad (15)$$

上式就是在式(1)中 g 为常数的结果。

(2) F. Frank 理论帘线张力计算公式:

$$T_c = \frac{\pi p \rho (r_d^2 - r_m^2)}{N(\rho - r_k + r_d)} \quad (16)$$

式中, ρ 为胎面部分的曲率半径。

参考图1和2建立 md 段帘线平衡方程如下:

$$T_c \cos\theta_d = \frac{\pi p}{N} (r_d^2 - r_m^2) \quad (17)$$

式中, θ_d 为轮胎横截面上过带束层边缘点 d 的法线与对称线的夹角。

假设 kd 段曲线为圆弧,由图1和2还可得出:

$$\cos\theta_d = \frac{\rho - (r_k - r_d)}{\rho} \quad (18)$$

由式(17)和(18)即得 F. Frank 理论的计算式。不难看出,该理论包含了在带束层宽度内胎体帘线为圆弧的假定。

(3) 萨尔特阔夫理论^[3]帘线张力计算公式:

$$T_c = p \frac{r_d^2 - r_m^2}{2 r_d \sum n_i} \quad (19)$$

式中, n 为帘布层数, i 为帘线密度。该式就是在 F. Frank 理论中取 $\cos \theta_d = 1$ 的结果, 它也是式(1)中取 $g = 1$ 的结果。

(4) 薄膜理论帘线张力计算公式:

$$T_c = \frac{\pi p}{N} (r_k^2 - r_m^2) \quad (20)$$

上式与式(1)中取 $g = 0$ 的情况相当。

从上面的分析和对计算公式的比较, 很容易得出帘线张力理论计算结果由小到大的顺序如下: 萨尔特阔夫理论, F. Frank 理论、萨尔特阔夫理论, F. Böhm 理论, 薄膜理论。

式(9)是胎体帘线张力与带束层张力的关系, 计算出胎体帘线张力后, 由此可得不同理论的带束层张力计算式, 这里不再赘述。

下面用橡胶工业手册第四分册中给出的 9.00R20 轮胎的例子来比较上面公式对胎体帘线、带束层和钢丝圈张力的计算结果。

用萨尔特阔夫理论、F. Frank 理论、薄膜理论和本文中的公式(7)或(8)计算的 T_c 分别为 132, 141, 158 和 148 N; 用萨尔特阔夫理论、薄膜理论和本文中的公式(9)计算的 T_b 分别为 27 927, 18 492 和 21 972 N; 用萨尔特阔夫理论、薄膜理论、本文中的公式(14)和(12)计算的 T_B 分别为 25 883, 28 734, 26 948 和 26 992 N。

由以上结果可以看出, 对于 T_b 计算各理论差别很大, 萨尔特阔夫理论计算结果偏大, 这是由于它假设了 $g = 1$, 即带束层承担了整个内

压; 薄膜理论计算结果偏小, 这是由于它相当于 $g = 0$ 的情况; 本文中公式的计算结果在两者之间, 更为合理。

对于钢丝圈内压张力计算, 在本例中, 本文中公式(14)与其它理论的计算结果差别不大, 对其它结构参数的轮胎, 这些计算式的差别有待进一步讨论。

4 结论

(1) 对于帘线张力计算, 萨尔特阔夫理论计算结果为下限, 薄膜理论计算结果为上限, F. Frank 理论和本文公式的计算结果介于二者之间, F. Frank 公式和本文公式(7)或(8)较合理。

(2) 对于带束层张力计算, 萨尔特阔夫理论计算结果为上限, 薄膜理论计算结果为下限, 本文式(9)的计算结果介于二者之间。

(3) 对于钢丝圈应力计算, 无论是张力大小还是应力分布, 现常用的以薄膜理论为基础的计算理论值得进一步讨论。

参考文献:

- [1] 俞 淇, 周 峰, 丁剑平. 充气轮胎性能与结构[M]. 广州: 华南理工大学出版社, 1998. 214-226.
- [2] 庄继德. 汽车轮胎学[M]. 北京: 北京理工大学出版社, 1996. 86-98.
- [3] A. B. 萨尔特阔夫. 汽车轮胎现代工艺学基础(中译本)[M]. 北京: 化学工业出版社, 1974.
- [4] 赤坂隆. ラジアルタイ・の构造学[J]. 日本ゴム协会誌, 1978, 55(3): 152-168.

收稿日期: 2001-03-25

Calculation of stresses in belt, carcass ply and bead wire of radial tire

WANG Xue-lin

(Middle China University of Science and Technology, Wuhan 430074, China)

Abstract: The equation for calculating the stresses in the carcass ply of radial tire is derived. The calculation methods of the stresses in the belt, carcass ply and bead wire of radial tire based on the different theories are discussed and compared. The results show that the equation based on F. Frank theory and the equation derived on this paper are more reasonable in terms of the calculation for the stress in carcass ply; the calculation result based on Sartakov theory is the upper limit, the calculation result based on the film theory is the lower limit and the calculation result from the equation derived in

this paper is in the middle in terms of the stress in the belt ; there is little difference among the calculation results based on the different theories in terms of the stress in the bead wire.

Key words : radial tire ; belt ; carcass ply ; bead wire ; stress