

轮胎-地面静态接触的有限元分析

闫相桥¹, 乌大琨², 王友善², 王衍林²

(1. 哈尔滨工业大学 复合材料研究所, 黑龙江 哈尔滨 150001; 2. 桦林集团有限责任公司, 黑龙江 牡丹江 157032)

摘要: 建立了一个钢丝增强橡胶轮胎结构的有限元静态分析模型, 并列出了 3 种不同粗细网格 (167, 182 和 313 节点) 划分的实例。结果表明, 用不同有限元网格计算的轮胎最大截面宽度、接地总反力及接地面积随下沉量变化的结果是一致的, 因此可用较少的网格 (如 167 节点) 来完成相应的计算, 并可达到预期的结果。轮胎接地压力分布、接地面积及形状在趋势上与文献报道的一致, 说明此模型有效可靠。

关键词: 轮胎; 静态接触; 网格; 有限元分析; 非线性; 接触约束

中图分类号: TQ336.1 **文献标识码:** B **文章编号:** 1006-8171(2000)09-0527-07

在这里, 我们建立了一个钢丝增强橡胶轮胎结构的有限元静态分析模型。该模型考虑了轮胎变形的几何非线性、轮胎与地面和轮胎与轮辋的大变形非线性接触、轮胎材料的非均匀性、橡胶材料的不可压缩性和物理非线性性能及橡胶基复合材料的各向异性。我们利用此模型研制了相应的有限元分析软件, 并采用该软件对子午线轮胎 9.00R20 与地面静态接触进行了分析。

1 轮胎静载边值问题

1.1 平衡方程

令 Σ 为第 1 类 Piola-Kirchhoff 应力张量, q_0 为定义在初始构形上的体力, 则平衡方程可表示为:

$$\text{Div } \Sigma + q_0 = 0 \quad (1)$$

1.2 轮胎大变形的几何描述

为了描述轮胎的大变形, 我们定义下列变换:

$$x = x(X) \quad (2)$$

式中 X 为初始构形中质点坐标, x 为现时构形中质点坐标。Green-Lagrangian 应变张量 E 和第 2 类 Piola-Kirchhoff 应力张量 S 可分别表示

为:

$$E_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial x_k}{\partial X_i} \frac{\partial x_k}{\partial X_j} - \delta_{ij} \right) \quad (3)$$

$$S_{ij} = \frac{\partial X_i}{\partial x_1} \sum_l \quad (4)$$

在这里, Green-Lagrangian 应变张量 E 又可以用位移 u 表示为:

$$E_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial X_j} + \frac{\partial u_j}{\partial X_i} + \frac{\partial u_k}{\partial X_i} \frac{\partial u_k}{\partial X_j} \right) \quad (5)$$

1.3 材料模型

1.3.1 橡胶材料模型

在这里, 假定橡胶材料的物理非线性性能可以用 Mooney-Rivlin 应变能密度函数描述:

$$W(I_1, I_2) = C_{10}(I_1 - 3) + C_{01}(I_2 - 3) \quad (6)$$

式中, I_1 和 I_2 分别为应变第一和第二不变量, C_{10} 和 C_{01} 为实验确定的材料常数。对于橡胶材料的不可压缩性用 Lagrangian 乘子法解决^[1,2]。

1.3.2 帘线-橡胶复合材料模型

子午线轮胎中的带束层及胎体是轮胎的主要承载部件, 它们均采用帘线-橡胶复合材料, 其性能呈现明显的各向异性。在用有限元技术对轮胎进行分析时, 基于帘线-橡胶复合材料划分的单元通常分为两类, 一类是由单层帘线-橡胶复合材料构成, 另一类是由两层或两层以上的帘线-橡胶复合材料构成。在这里, 对于由单层帘线-橡胶复合材料构成的单元, 其材料性能

作者简介: 闫相桥 (1959-), 男, 河北东光县人, 哈尔滨工业大学教授, 工学博士, 最近几年来主要从事轮胎结构有限元分析及其应用的研究工作。

用正交各向异性材料模型模拟,相应的材料常数用 Halpin-Tsai 方程^[3]由组分材料性能确定;而对于由两层或两层以上的帘线-橡胶复合材料构成的单元,其材料性能用 Sun 和 Li^[4]提出的层合材料模型来模拟。需要指出的是,用由两层或两层以上的帘线-橡胶复合材料构成的单元对斜交轮胎进行有限元分析是非常必要的,因为斜交轮胎的胎体通常由多层帘线-橡胶复合材料构成,若用单层帘线-橡胶复合材料构成的单元划分网格,则因单元和节点数目庞大而使计算难以进行,而用两层或两层以上的帘线-橡胶复合材料构成的单元划分网格,则因单元和节点数目相对地少得多,从而使计算量大大减小。

1.4 位移边界条件

采用文献[5]提出的可变约束法来处理轮

胎与地面、轮胎与轮辋之间的作用。

轮胎受到来自轮辋和地面(均可视为刚体)的双重限位作用,我们称刚性物体的表面为约束表面。此种约束的特点如下:

(1)单边的位移约束,即约束表面是不可渗透的;

(2)约束表面只提供挤压和剪切约束力,不能提供拉力。

若记约束表面的方程为:

$$x_2 = \varphi(x_1, x_3) \quad (7)$$

则条件(1)可表示为:

$$x_2 \geq \varphi(x_1, x_3) \quad x \in \Gamma_c \quad (8)$$

式中 Γ_c 为可能接触面。事实上,式(8)给出了检查接触约束合理性的位移条件,即不满足式(8)的位移场是不合理的。例如,在轮胎与地面接触的情况下(见图1),接触表面方程(7)为:

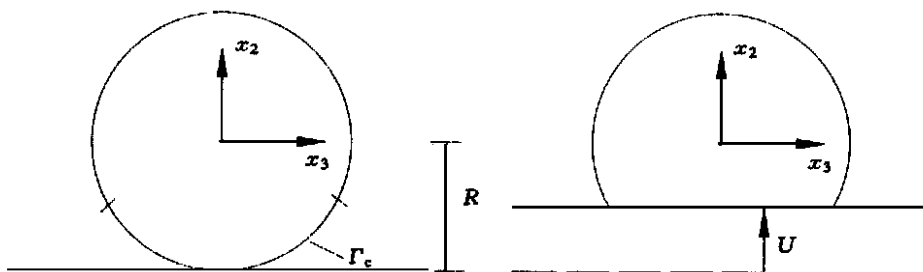


图1 变形与未变形的结构示意图

$$x_2 = -(R - U) \quad (9)$$

此时,条件(1)为:

$$x_2 \geq -(R - U) \quad (10)$$

若令 $n(x)$ 为轮胎在可能接触面 Γ_c 上 x 处的单位外法矢,用 σ 表示该点处的应力向量,则有:

$$\sigma = \sum n \quad (11)$$

其法向和切向分量分别为:

$$\sigma_n = \sigma \cdot b \quad (12)$$

$$\sigma_t = |\sigma - (\sigma \cdot b)b| \quad (13)$$

式中 b 为接触面的单位法向矢量(指向接触刚体的外侧为正)。这样,条件(2)为:

$$x_2 > \varphi(x_1, x_3) \implies \sigma_n = 0 \quad x \in \Gamma_c \quad (14a)$$

$$x_2 = \varphi(x_1, x_3) \implies \sigma_n \geq 0 \quad x \in \Gamma_c \quad (14b)$$

由于在求解过程中接触区域是变化的,必

须在每一步迭代结束后对所有的约束节点及可能的约束节点(尚未被约束)进行一次校核。

(1)约束节点的力校核

如图2所示, b 为约束表面的外向法矢,而 r 是约束节点的约束反力。若 $r_b = r \cdot b > 0$,即表明接触面上存在压力,该点的约束是合理的,在下一步迭代计算中仍将该点约束住。否则约

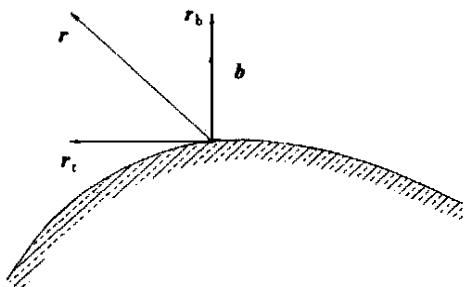


图2 约束节点反力示意图

束是不合理的,在下一步计算中将该点解除约束,作为自由节点再进行计算。

(2) 自由节点的位移校核

按照上面关于单单位移约束的定义,不应该有节点渗透到接触刚体内。但在计算过程中,某些临近约束表面的自由节点有可能渗入到刚性约束面内,此时就有必要对约束条件修正。如图3所示,某一自由节点的位置在计算中越过了刚性约束面而发生了渗透,说明该节点应被约束住,在下一步迭代计算中将它作为约束节点进行计算。

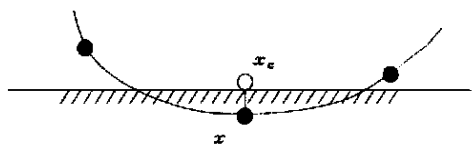


图3 约束增量示意图

由此可见,在求解过程中约束条件是随时变化的,约束记录也随时增删。我们称这种允许改变的约束为可变约束^[5]。

既然约束是可变的,那么如何变、变多少又如何确定呢?为此文献[5]提出了约束增量的概念,其基本原则是:

(1) 任何一个驻定不动的约束节点的约束增量为零。

(2) 当一个自由节点渗入到约束面内时,从该点指向它约束面最近的点(垂足)矢量即为约束增量 Δu_c :

$$\Delta u_c = x_c - x \quad (15)$$

式中 x_c 代表指向垂足的矢径, x 代表该节点原来位置的矢径(见图3)。

(3) 一个约束节点是否滑移取决于约束反力的切向分量与法向分量之比。现将约束节点的约束反力分解为法向分量和切向分量(见图2):

$$r = r_t + r_b \quad (16)$$

则约束节点滑移量的大小可确定如下:

$$\text{当 } |r_t| \leq |r_b| \cdot \mu \text{ 时, } \Delta u_c = 0 \quad (17)$$

$$\text{当 } |r_t| > |r_b| \cdot \mu \text{ 时, } \Delta u_c = -r_t \cdot \mu' \quad (18)$$

式中 μ 为摩擦因数, μ 是一个正数。 μ 的大小对计算结果没有影响^[5]。为了保证约束节点

滑移之后仍位于约束面内,如图4所示,需由 $x + \Delta u_c$ 点向约束面作垂足交曲面于 c ,则 c 点成为该约束节点的新驻定位置。修正后的约束增量为:

$$\Delta u_c = x_c - x \quad (19)$$

由上述可见,在约束调整的过程中,一个约束节点可以离开约束面而成为自由节点(当约束反力为拉力时),也可以沿着约束面滑移,从而使切向约束力达到合理的大小;一个自由节点随时都可以进入约束面成为新的约束节点(当发生位移渗透时)。如果计算是收敛的,则在迭代中约束增量会越来越小,以致于所有约束节点都会在合理的位置驻定下来,见图5。另外还可以看出,该方法使我们能像迭代修正自由节点位移那样对约束节点的驻定位置进行

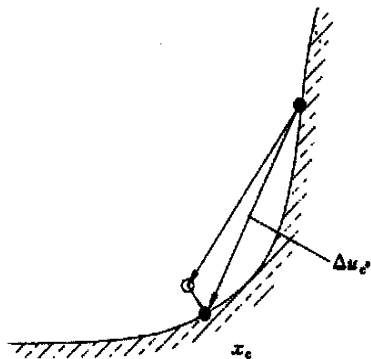


图4 约束增量调节示意图

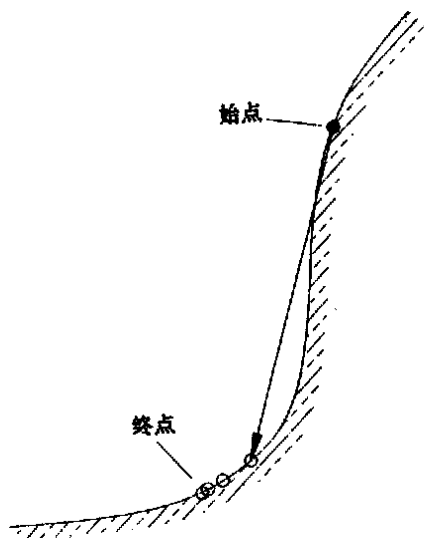


图5 约束节点轨迹示意图

调节,并可采用统一的最大位移增量收敛判据,从而使计算达到很高的精度。

2 虚功方程

令 C 为右 Cauchy-Green 形变张量, λ 为 Lagrangian 乘子, p_0 和 q_0 分别为轮胎内表面压力和体力,则虚功方程为:

$$\int_0 S \delta E dV + \int_0 (\det C - 1) \delta \lambda dV = \int_0 p_0 \delta u dA + \int_0 q_0 \delta u dV \quad (20)$$

式中第 1 项是结构的变形虚功,第 2 项是用 Lagrangian 乘子处理材料的不可压缩性能^[1,2]。该方程右边第 1 和第 2 项分别为面力和体力的虚功。

3 数值结果

我们利用上面所述的模型研制了一个轮胎结构有限元分析软件。该软件采用两种三维等参单元,即八节点六面体单元和六节点五面体单元。

这里我们对钢丝增强橡胶子午线轮胎 9.00R20 进行了静态有限元分析。图 6 所示为轮胎截面几何形状和材料分布图。为了考核上述轮胎结构有限元分析模型,我们决定改变有限元网格的大小。图 7~9 所示为大小不一的有限元网格,它们在一个截面内分别有 167, 182 和 313 个节点。图 10 所示为轮胎整体有限元网格图。在分析时考虑到轮胎结构及受力



图 6 轮胎截面几何形状及材料分布图

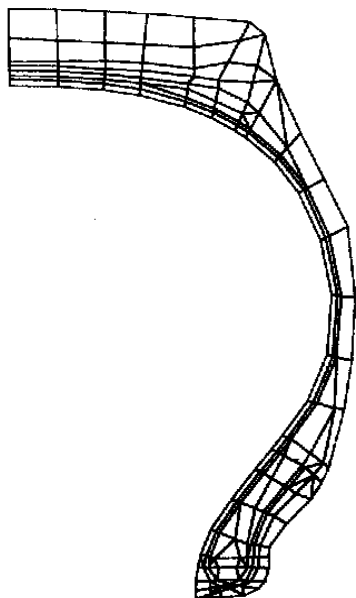


图 7 有限元网格图(167 节点)

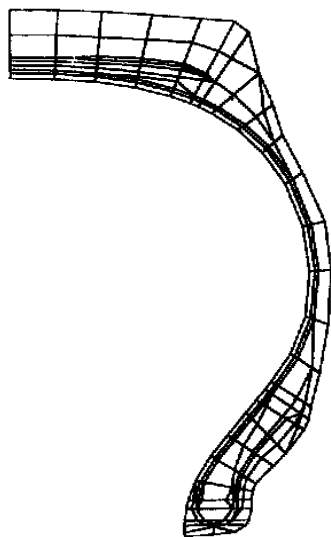


图 8 有限元网格图(182 节点)

的对称性,仅仅分析其 1/4 部分。另外,在对轮胎进行充气加载分析时,由于自制的有限元分析软件是三维的,因此也分析其 1/4 部分。

表 1 示出了用不同的有限元网格计算的轮胎最大截面宽度、接地总反力及接地面积随加载的变化。由表 1 可以看出,不论是充气加载还是下沉量加载,用不同的有限元网格计算的轮胎最大截面宽度是一致的。在下沉量加载的情况下,用不同的有限元网格计算的轮胎接地总反力及接地面积也是一致的,即用不同有限

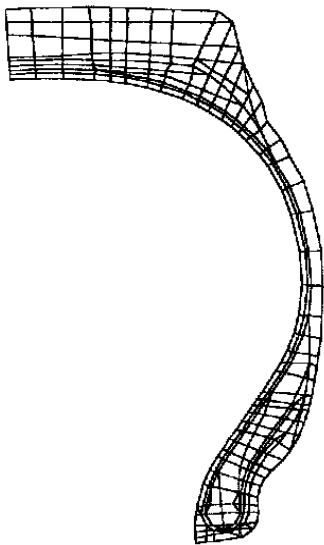


图 9 有限元网格图(313 节点)

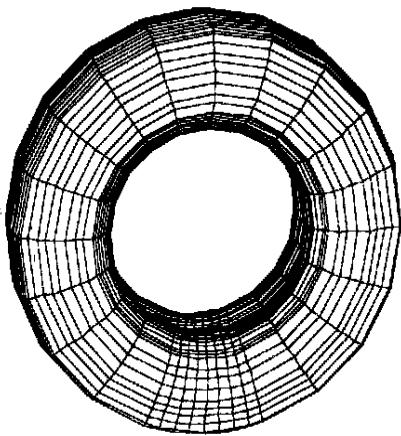


图 10 轮胎整体有限元网格图

元网格计算的结果是一致的,因此可用较少的网格(如 167 节点)来完成相应的计算,并可达预期的结果。

图 11~14 所示为轮胎接地压力分布随轮胎下沉量的变化。图 15~18 所示为轮胎接地面积及形状随轮胎下沉量的变化。由图 11~18 可以看出,轮胎接地压力分布、接地面积及接地形状在趋势上与文献[6]报道的一致。

4 结论

建立了一个钢丝增强橡胶轮胎结构的有限元分析模型,研制了相应的有限元分析软件,并利用该软件对子午线轮胎9.00R20与地面的

表 1 用不同的有限元网格计算的轮胎最大截面宽度、地面总反力及接地面积随加载的变化

项 目	充气 加载	下沉量/ mm			
		10	20	32	40
网格 1(167 节点)					
最大截面宽度/ mm	257. 1	262. 3	271. 7	283. 1	290. 0
接地总反力/ kN	—	5. 11	15. 12	29. 95	37. 03
接地面积/ cm ²	—	149	312	499	561
网格 2(182 节点)					
最大截面宽度/ mm	256. 2	261. 1	270. 5	281. 9	288. 1
接地总反力/ kN	—	5. 11	15. 17	30. 00	39. 91
接地面积/ cm ²	—	157	281	487	560
网格 3(313 节点)					
最大截面宽度/ mm	257. 6	263. 0	272. 4	284. 7	291. 0
接地总反力/ kN	—	5. 23	15. 15	30. 05	39. 83
接地面积/ cm ²	—	154	319	493	571

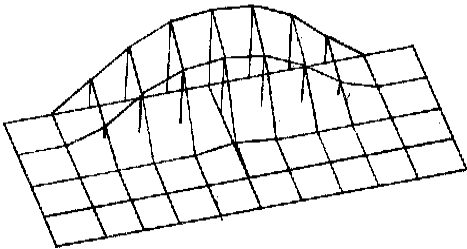


图 11 下沉量为 10 mm 时轮胎接地压力分布图
(最大接地节点力为 298 N)

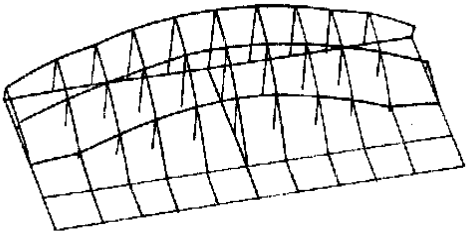


图 12 下沉量为 20 mm 时轮胎接地压力分布图
(最大接地节点力为 491 N)

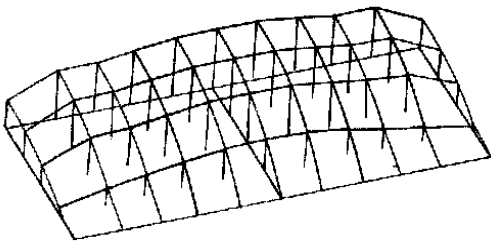


图 13 下沉量为 32 mm 时轮胎接地压力分布图
(最大接地节点力为 593 N)

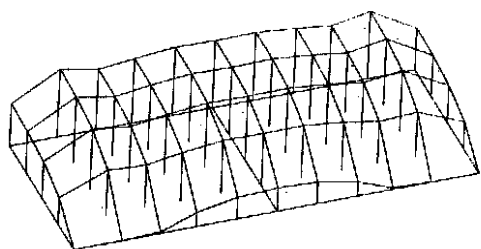


图 14 下沉量为 40 mm 时轮胎接地压力分布图
(最大接地节点力为 570 N)

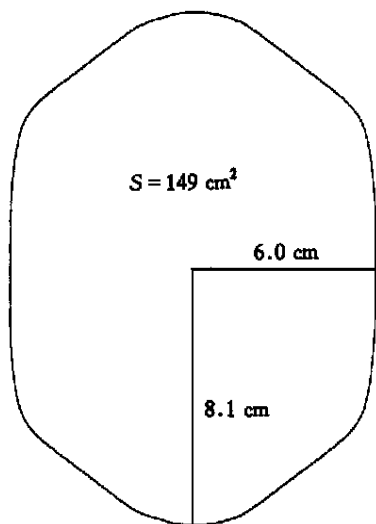


图 15 下沉量为 10 mm 时轮胎接地面积及形状

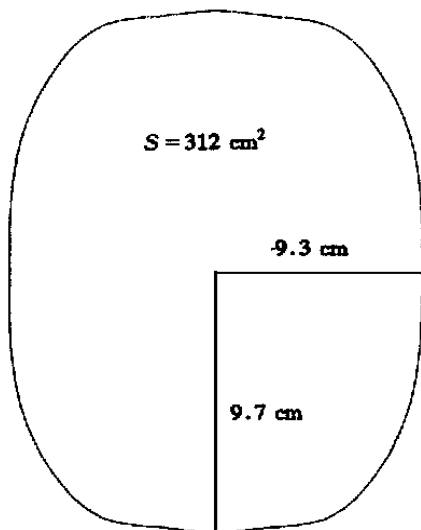


图 16 下沉量为 20 mm 时轮胎接地面积及形状
静态接触问题进行了分析。数值计算结果表明,用较少的网格(如167节点)即可完成相应

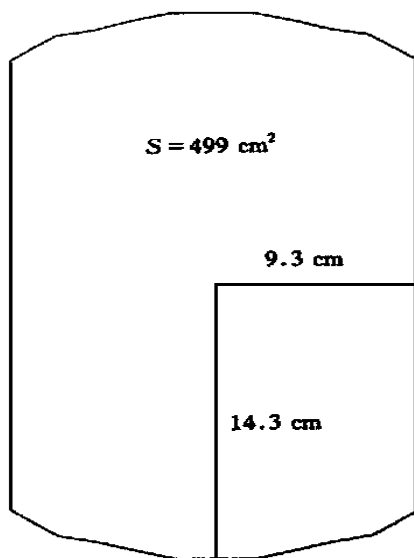


图 17 下沉量为 32 mm 时轮胎接地面积及形状

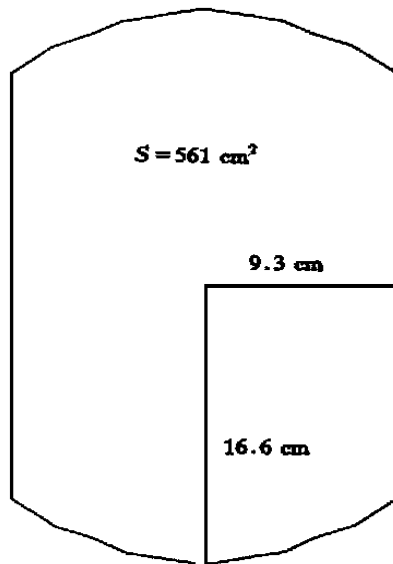


图 18 下沉量为 40 mm 时轮胎接地面积及形状
的计算,并可达到预期的结果,说明该软件有效可靠。

参考文献:

- [1] Domscheit A, Rother H, Winkelmann T. Refined methods for tire computation[J]. Tire Science and Technology, 1989, 17 (4): 291-304.
- [2] 监凯维奇 O C. 有限元法[M]. 尹泽勇, 江伯南译. 北京: 科学出版社, 1985. 335-337.
- [3] Halpin J C, Kardos J L. The Halpin-Tsai equations: A review [J]. Polymer Engineering and Science, 1976, 16(5): 344-352.

- [4] Sun C T, Li S J. Three-dimensional effective elastic constants for thick laminates[J]. Journal of Composite Materials, 1988, 22: 629-639.
- [5] Wu Baoguo, Du Xingwen. Finite element formulation of radial tires with variable constraint conditions[J]. Computers and

Structures, 1995, 55(5): 871-875.

- [6] Clark S K. Mechanics of pneumatic tires [M]. U. S. Washington D C: U. S. Department of Transportation, 1981. 250-357.

收稿日期: 2000-03-29

Analysis of static tire/ground contact with FEM

YAN Xiang-qiao¹, WU Da-kun², WANG You-shan², WANG Yan-lin²

(1. Haerbin University of Technology, Haerbin 150001, China; 2. Hualin Group Co., Ltd., Mudanjiang 157032, China)

Abstract: A model for statically analysing the steel-reinforced tire with FEM was established and an example was given for three different network partitions (167, 182 and 313 nodes). The results showed that the maximum cross-sectional widths, the total reactions against the ground and the ground-contact areas as the function of the deflections calculated with different FE networks were similar, therefore the corresponding calculation could be completed with less networks (for example 167 nodes) to obtain predicted results. The model was valid and reliable because the pressure distribution at the tire-ground contact, the tire-ground contact area and shape were in accordance with those reported in the previous papers.

Keywords: tire; static contact; network; FEA; nonlinear; contact restraint

经营出高招 市场日渐宽

中图分类号: F272.3 文献标识码: D

面对轮胎原辅材料价格上涨、市场竞争无序、公司资金短缺等严峻形势,川橡集团有限公司瞄准市场,在经营策略上频出高招,使公司今年1~5月取得了良好的业绩:实现产值1.36亿元,销售收入1.035亿元,利税1483万元,分别比去年同期增长25.28%, 12.95%和13.77%。

(1)完善激励机制,充分调动经销人员的积极性

今年公司首先根据市场变化,及时对经销人员进行企业实用营销知识培训,使经销人员掌握营销技巧,提高业务技能和业务素质。其次,调整和完善分片包干、责任到人、内外勤人员“八项”评估等各种激励机制,并加大奖惩力度,严格考核。

(2)主动出击、广开渠道,保证原辅材料的正常供应

为缓解资金紧张局面,保证生产经营正常

进行,公司早在去年年底就调整了经营策略,加大欠款催收力度,加速资金周转。另一方面,又积极深入开展增收节支、增产节约等活动,集中有限资金,以较低价格采购原辅材料。公司还建立各种大宗原辅材料的合理储备定额,确保生产经营的正常进行。

(3)抓住时机、巩固拓展营销市场

今年国家实施西部大开发策略,这正是工程轮胎项目发展的大好时机,也是农业轮胎销售的旺季。公司领导采取灵活的销售措施,满足用户需要,认真履行供销合同,狠抓内部规范化管理和机构创新,成立售后服务科和市场策划处,加大产品的广告宣传和售后服务力度;坚持定期查访用户制度,了解产品使用中出现的問題,并及时整改。公司还根据市场需要,积极组织技术人员攻关,及时试制出适销对路的新产品。今年已完成8个新产品的研制工作,部分产品已投放市场,受到用户欢迎。

(四川川橡集团有限公司 王建斌供稿)