

轮胎接地长度和径向静刚度计算方法^{*}

朱兴元 谢志民 阎相桥 杜星文

(哈尔滨工业大学 150001)

摘要 在充分考虑轮胎结构本身特点和弹性体之间接触的情况下,提出了轮胎/地面接触的半解析解形式,计算了轮胎在不同载荷下的接地长度和最大下沉量,并由此提出轮胎径向静刚度的计算公式:

$$K = \frac{\sqrt{R^2 - a^2}}{2a} \frac{\partial W}{\partial a}。经验证明,计算出的接地长度与接地长度实验值吻合很好。$$

关键词 轮胎,接地长度,径向静刚度

轮胎的低频振动与其径向静刚度密切相关,轮胎的振动对乘坐舒适性、越野性、通过性、噪声、疲劳和破坏有很大的影响,因此,汽车业发达国家对它进行了广泛的研究^[1]。

轮胎的许多性能与轮胎/地面的接触有关^[2~7],而轮胎的径向静刚度与充气压力和轮胎/地面的接触变形有直接关系^[8]。轮胎/地面的接触是一个十分复杂的问题,至今尚无相应的解析解。对轮胎的分析研究主要采用实验方法和有限元方法。实验方法往往是针对某一规格轮胎在特定条件下建立经验公式。显然,这种方法的应用有很大的局限性。而有限元方法需要对轮胎做太多的假设和花费大量的计算时间,而且所得到的解往往是定性的。过去,人们常常通过实验方法测出一系列实验值,尔后采用逐步回归分析方法得到某一规格轮胎在特定条件下的静刚度预报公式^[8]。由于这种办法缺乏通用性,很难满足工程的实际需要,给其在工程上的应用带来一定困难。正基于此,本工作在充分考虑弹性体接触的同时,得到了轮胎/地面接触的半解析解形式。由此提出了轮胎的径向静

刚度计算公式。采用这种分析方法,不需复杂的实验,只需简单的计算就可以较为准确、方便地得到轮胎/地面接触的接地长度和最大下沉量,进而得到轮胎的径向静刚度。

1 模型分析

首先考虑一个充气圆柱在半无限体上受到集中力的作用,假设充气圆柱与接触面的摩擦力为零,按照 Hertz 假设,此时接触面是一个长度为 $2a$ 和宽度为 L 的矩形,见图 1。

由图 1 可得到如下几何关系:

$$\theta = \arcsin \frac{a}{R}$$

$$OA = \sqrt{R^2 - a^2}$$

$$AC = OC - OA = R - \sqrt{R^2 - a^2}$$

$$CB = R\theta$$

对于充气圆柱的变形作如下定义:

(1) OA 方向的当量应变定义为:

$$\varepsilon_{OA} = \frac{AC}{OC} = \frac{R - \sqrt{R^2 - a^2}}{R} \quad (1)$$

(2) AB 方向的当量应变定义为:

$$\varepsilon_{AB} = \frac{CB - AB}{AB} = \frac{R\theta - a}{a} \quad (2)$$

(3) 充气圆柱可以看成是均匀、各向同性材料,但它不能承受拉力。

(4) 可以定义一个类似泊松比的量,即

^{*}黑龙江省自然科学基金(9409)资助项目。

作者简介 朱兴元,男,1970 年出生。1992 年毕业于哈尔滨工业大学工程力学专业,1995 年获固体力学专业硕士学位,现正攻读复合材料专业博士学位。曾获航天工业部科技进步二等奖。已在《轮胎工业》发表论文 1 篇。

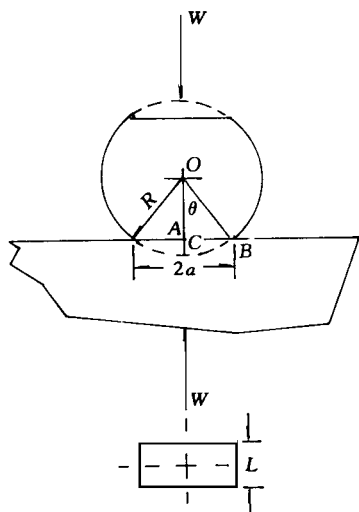


图1 充气圆柱静压时与地面的接触

L —接地宽度; W —外载荷; R —充气圆柱半径;

a —半接地长度; θ —半接地长度对应圆心角

$$\nu_t = \frac{\varepsilon_{AB}}{\varepsilon_{OA}} = \frac{R(R\theta - a)}{a(R - \sqrt{R^2 - a^2})} \quad (3)$$

式中 ν_t 为当量泊松比。由方程(3)可知,当量泊松比是半接地长度 a 的函数。 ν_t 随 a 的变化曲线如图2所示。

由图2可知,充气圆柱的当量泊松比随半接地长度 a 的增加而增大。而 a 的值与充气圆柱所受到的外载荷及充气内压有关。由两弹性体接触理论^[9]可知:

$$a = \sqrt{\frac{4WR}{\pi L} \left(\frac{1 - \nu_1^2}{E_1} + \frac{1 - \nu_2^2}{E_2} \right)} \quad (5)$$

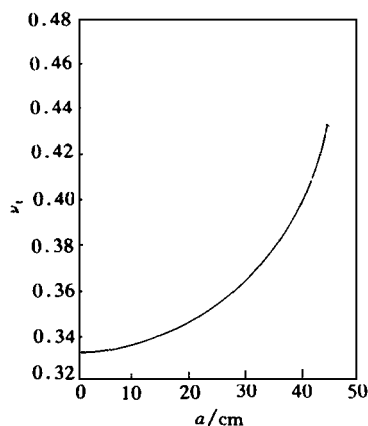


图2 当量泊松比随半接地长度的变化曲线

式中 E_1, ν_1 和 E_2, ν_2 分别为充气圆柱和地表面的弹性模量和泊松比。

对于充气轮胎,假设路面是刚性的,即 E_2 趋近于 ∞ , 于是有

$$a = \sqrt{\frac{4\beta WR(1 - \nu_1^2)}{\pi L E_1}} \quad (6)$$

式中 β 为轮胎接触的等效因数。根据文献[8]的实验数据, β 近似为:

$$\beta = \frac{R}{R - r} \quad (7)$$

式中 R 和 r 分别为充气轮胎外半径和内半径。当 $r = 0$ 时,相当于实心圆柱体与弹性体的接触,因此 β 趋近于 1。这与 Hertz 接触理论一致。充气轮胎的泊松比可取方程(3)定义的当量泊松比, E_1 取值为:

$$E_1 = (P + \Delta P) + \Delta E \quad (8)$$

式中 P 为充气压力, ΔP 为充气压力的变化值。根据文献[9]的实验数据, ΔE 可以近似为:

$$\Delta E = \frac{W}{s} \quad (9)$$

式中 s 为接地面积。

将方程(3)和(8)代入方程(6),得

$$\left[1 - \frac{\pi a^2 E_1 L - 4\beta WR}{a(R - \sqrt{R^2 - a^2})} \right]^2 = 0 \quad (10)$$

方程(10)是一个非线性常因数方程。可以把方程(10)记为:

$$a = f(P, W) \quad (11)$$

则最大下沉量 D 表示为:

$$D(a) = R - \sqrt{R^2 - a^2} \quad (12)$$

由此得到轮胎的径向静刚度 K 为:

$$K = \frac{\partial W}{\partial D} = \frac{\partial W}{\partial a} \frac{\partial a}{\partial D} = \frac{\sqrt{R^2 - a^2}}{2a} \frac{\partial W}{\partial a} \quad (13)$$

由方程(1)~(3)经过简单的计算就可以较为准确地得到充气轮胎的接地长度、最大下沉量以及轮胎的径向静刚度。

2 实验验证

由于实验较为复杂,因此将充气轮胎/地面接触的半解析解与文献[9]的实验值进行了比较。为简便起见,仍假设轮胎与地面接触是刚性的,而在实际上它受路面状况影响。在大多数情况下,接地长度 $2a$ 远小于轮胎的直径时,在求解方程(10)之前,可作如下近似:

$$\sqrt{R^2 - a^2} \approx R(1 - \frac{a^2}{2R^2}) \quad (14)$$

$$\theta = \arcsin \frac{a}{R} \approx \frac{a}{R} + \frac{a^3}{6R^3}$$

将方程(14)代入方程(1)和(2),得

$$\begin{aligned} \varepsilon_{OA} &\approx \frac{a^2}{2R^2} \\ \varepsilon_{AB} &\approx \frac{a^2}{6R^2} \end{aligned} \quad (15)$$

假设轮胎在加载前后的体积变化很小,即内压保持不变。此时,接地面积 s 可近似为:

$$s = 2aL \quad (16)$$

将方程(14)~(16)代入方程(10),整理得

$$a^2 + \frac{aW}{2LP} - \frac{32R^2WL}{9\pi P(R-r)} = 0 \quad (17)$$

取方程(17)的正根,即为半接地长度 a 的值。它随外载荷 W 和内压 P 的变化以及与实验值的比较如图3所示。

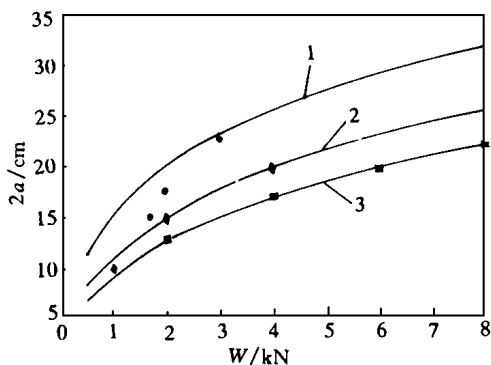


图3 接地长度 $2a$ 实验值和计算值

1—内压为 120 kPa; 2—内压为 240 kPa; 3—内压为 360 kPa。●, ◆, ■—实验值

轮胎的径向静刚度近似表示为:

$$K = \frac{\partial W}{\partial D} = \frac{36\pi aPL + 9\pi W}{64\beta R - 9\pi a} \frac{\sqrt{R^2 - a^2}}{2a} \quad (18)$$

尽管本工作没有直接验证由方程(18)计算出的轮胎径向静刚度,但从图3可知,实测的接地长度值与由方程(17)计算出的接地长度值吻合很好,说明本工作的假设和定义是合理的。

3 结语

轮胎是一种具有粘弹性性质的橡胶复合材料制品,其结构较为复杂。因此,很难得到轮胎/地面接触的解析解和轮胎的径向静刚度。本工作把轮胎简化为一个充气圆筒并满足 Hertz 假设,通过分析和实验对比得到轮胎/地面接触的半解析解形式,同时提出了轮胎径向静刚度的简便计算公式。实验结果表明,采用这种简化模型和假设所得到的轮胎/地面接触的半解析解与实验值吻合很好,因此可以认为采用这种模型和公式计算出的轮胎径向静刚度能较好地满足工程的精度要求。

参考文献

- 1 Chalupnic J, Anderson D. Noise mitigation strategies. Final Technical Report of WSDOT, WA-RD 327.2, 1993:37~54
- 2 Hu Y K, Abeels P F J. Agricultural tire deformation in the 2D case by finite element methods. Journal of Terramechanics, 1994, 31(6):353~370
- 3 Maclaurin E B. Soil-vehicle interaction. Journal of Terramechanics, 1987, 24(4):281~294
- 4 Pottinger M G. The three-dimensional contact patch stress field of solid and pneumatic tire. Tire Science and Technology, 1992, 20(1):3~32
- 5 Wulfsohn D. Traction of low-pressure pneumatic tires in deformable terrain. S. A. E. Transactions, 1900, 911862
- 6 Wong J Y. Some recent developments in vehicle-terrain interaction studies. Journal of Terramechanics, 1991, 28(4):269~288
- 7 Yamazaki, Akasaka. Twisting stiffness and lateral vibra-

tion of a radial tire sidewall. Tire Science and Technology, 1988, 16(4): 223~248

8 庄继德·汽车轮胎学·北京:北京理工大学出版社, 1996. 131~142

9 Timoshenko S P, Goodier J N. Theory of Elasticity. 3rd Ed. New York: MC Graw-Hill Book Company, 328~332

收稿日期 1998-03-17

Determination for Ground Contact Length and Static Radial Stiffness of Tire

Zhu Xingyuan, Xie Zhimin, Yan Xiangqiao and Du Xingwen

(Haerbin Industrial University 150001)

Abstract A semi-analytic solution of tire/ground contact was proposed by considering the inherent characteristic of tire structure and the contact between elastomers. The ground contact lengths and the maximum deflections of tire with different loads were calculated and an equation for the static radial stiffness of tire was derived: $K = \frac{\sqrt{R^2 - a^2}}{2a} \frac{\partial W}{\partial a}$. It was shown that the calculated static radial stiffness of tire was well fit to that from experiment.

Keywords tire, ground contact length, static radial stiffness

轮胎行业加大出口为确保 8 %作贡献

随着出口创汇对经济增长拉动作用的加强,轮胎产品成为化工行业今年要下大力气抓好的三个重点出口产品之一。5月21日,18家重点轮胎企业进出口负责人汇聚北京,与局有关部门共商加大轮胎出口力度、提高出口效益的对策。

据了解,我国轮胎行业自1988年开始面向国内国际两个市场以来,在出口创汇上已取得显著成效。全国130家轮胎生产企业1997年生产轮胎7850万条,出口770万条,出口量约占生产量的10%。今年一季度,出口轮胎187.2万条,与去年同期比增长29.33%。

但有关部门提醒轮胎生产企业,这种形势不容乐观。一是一季度出口创汇不少是去年的合同,二季度出口将面临严峻形势;二是出口虽有增长,但创汇金额下降很大,轮胎出口价格平均每条下降近10美元。一季度出

口交货量增长34%,交货值仅增长7.5%。

会议分析,这一方面是因为产品单一、质量差、档次低,难以适应国际市场需求。据会议资料表明:我国轮胎品种约有440个,而法国米其林公司就有2400个。我国生产的斜交轮胎特别是载重轮胎耐久性较差,一般只能翻新一次,一翻里程仅为新胎的55%,国外名牌轮胎可翻新两次以上,一翻里程为新胎的80%。我国已建和在建子午线轮胎项目,产品品种和规格也比较少。另一方面则是因为分散出口、竞相压价现象比较严重。据有关部门统计,去年载重子午线轮胎每条出口价格相差最高可达100多元。

会议强调今年轮胎出口要抓好三方面工作:一是提高产品质量和调整产品结构,生产适销对路产品;二是强化营销工作,大力开拓多元化国际市场;三是加强出口组织协调工作,提高出口效益。

(摘自《中国化工报》,1998-05-23)