

# 小侧偏角下轮胎残余回正力矩算法的研究

邱昌峰, 陈仁全, 刘俊杰, 孙向阳

(青岛双星轮胎工业有限公司, 山东 青岛 266400)

**摘要:**在轮胎小侧偏角范围( $\pm 2^\circ$ )内,应用线性分析法和多项式拟合曲线法对角度效应残余回正力矩(PRAT)和锥度效应残余回正力矩(CRAT)的测定数据进行分析,通过交叉验证法对1—9阶多项式拟合数据进行判断。结果表明,当侧偏角范围分别为 $\pm 2^\circ$ ,  $\pm 1^\circ$ 和 $\pm 0.5^\circ$ 时,轮胎侧向力和回正力矩分别采用5阶多项式、3阶多项式和线性或2阶多项式拟合方差最小,可求得准确的PRAT和CRAT。

**关键词:**轮胎;角度效应残余回正力矩;锥度效应残余回正力矩;多项式拟合曲线

**中图分类号:**U463.341;TQ336.1

**文章编号:**1006-8171(2019)07-0443-04

**文献标志码:**A

**DOI:**10.12135/j.issn.1006-8171.2019.07.0443

当车辆直线行驶时,驾驶员松开方向盘,此时车辆处于自由控制状态,回正力矩为零,但侧向力并不为零,因此车辆会向左或右跑偏。在这种情况下,驾驶员只有施加一定的回正力矩使侧向力为零,才能保持车辆的直线行驶状态<sup>[1]</sup>。由于轮胎是由多种材料经过压延、成型、硫化等多道工序生产的橡胶制品,因此在制造过程中不可避免地存在工艺上的缺陷,使得每条轮胎会存在不同的残余侧向力,它是引起汽车跑偏的一个重要因素<sup>[2]</sup>。造成轮胎残余侧向力的因素主要是角度效应和锥度效应,角度效应又称帘布层转向效应,主要是由于轮胎材料的各向异性使得胎面进入接地区域受压而产生面内剪切造成的,它与轮胎的设计相关;锥度效应主要是由于轮胎制造过程中产生的误差使轮胎带束层发生轻微的面外偏移,导致轮胎两侧的刚度不同造成的,它与轮胎的制造工艺相关。

为了更好地定量分析轮胎残余侧向力,需要进行轮胎动力学性能测试,角度效应残余回正力矩(PRAT)和锥度效应残余回正力矩(CRAT)的测定对车辆跑偏研究具有重要意义。汽车制造商要求轮胎制造商将轮胎的PRAT和CRAT控制在一定的范围内,以便汽车制造商可以通过调节汽车底盘和悬挂消除轮胎残余回正力矩的影响,使车辆性能达

到最佳。针对轮胎锥度效应,可以将CRAT限制在零点附近的一个窄带中,从而忽略其影响;轮胎角度效应情况相对复杂,一些汽车制造商通过PRAT来抵消路拱的作用,会要求轮胎制造商提供的轮胎必须具有特殊的PRAT值,而另外一些汽车制造商需要轮胎的PRAT值在很小公差范围内为零。

本工作对轮胎残余回正力矩进行测试,并研究合理的数据处理方法,得到PRAT和CRAT的最优值,从而为汽车性能的研究提供依据。

## 1 实验

### 1.1 试验轮胎

选用3条195/65R15轮胎(品牌DOUBLESTAR,速度级别V,负荷指数99)进行试验,见图1。

### 1.2 试验设备

Flact-Trac CT III型六分力试验机,美国MTS公司产品。

### 1.3 试验方法

侧向力和回正力矩根据GMW 15206—2007进行测试<sup>[3]</sup>,测试条件为:环境温度  $21^\circ\text{C}$ ,充气压力  $228\text{ kPa}$ ,负荷  $4\ 300\text{ N}$ ,速度  $\pm 7.2\text{ km}\cdot\text{h}^{-1}$ ,数据采集频率  $1\ 024\text{ Hz}$ ,侧偏角  $\pm 2^\circ$ 。

## 2 结果与讨论

### 2.1 试验数据

试验的原始数据如图2所示。

**作者简介:**邱昌峰(1987—),男,山东潍坊人,青岛双星轮胎工业有限公司工程师,硕士,主要从事轮胎检测与分析工作。

**E-mail:**qcf825@163.com



(a) 轮胎A (对称花纹)

(b) 轮胎B (对称花纹)

(c) 轮胎C (非对称花纹)

图1 试验轮胎

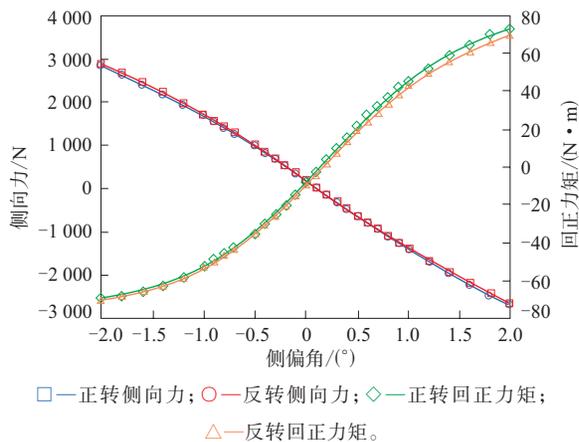


图2 侧向力和回正力矩测试数据

## 2.2 计算原理

### 2.2.1 线性拟合算法

轮胎侧偏刚度 ( $L_S$ ) 计算公式如下:

$$L_S = (L_{SR} + L_{SL}) / 2 \quad (1)$$

式中,  $L_{SR}$  为轮胎正转时的侧偏刚度,  $L_{SL}$  为轮胎反转时的侧偏刚度。

角度效应侧向力 ( $L_P$ ) 计算公式如下:

$$L_P = (L_{R0} + L_{L0}) / 2 \quad (2)$$

式中,  $L_{R0}$  为轮胎正转时侧偏角为零时的侧向力,  $L_{L0}$  为轮胎反转时侧偏角为零时的侧向力。

锥度效应侧向力 ( $L_C$ ) 计算公式如下:

$$L_C = L_{R0} - L_P \quad (3)$$

轮胎回正刚度 ( $A_S$ ) 计算公式如下:

$$A_S = (A_{SR} + A_{SL}) / 2 \quad (4)$$

式中,  $A_{SR}$  为轮胎正转时的回正刚度,  $A_{SL}$  为轮胎反转时的回正刚度。

角度效应回正力矩 ( $A_P$ ) 计算公式如下:

$$A_P = (A_{R0} + A_{L0}) / 2 \quad (5)$$

式中,  $A_{R0}$  为轮胎正转时侧偏角为零时的回正力矩,  $A_{L0}$  为轮胎反转时侧偏角为零时的回正力矩。

锥度效应回正力矩 ( $A_C$ ) 为

$$A_C = A_{R0} - A_P \quad (6)$$

轮胎PRAT是指  $L_P$  为零时对应的侧偏角下的回正力矩, 轮胎CRAT是指  $L_C$  为零时对应的侧偏角下的回正力矩。

$$\text{PRAT} = A_P - A_S \times L_P / L_S \quad (7)$$

$$\text{CRAT} = A_C + A_S \times L_C / L_S \quad (8)$$

### 2.2.2 多项式拟合算法

当轮胎正转时, 使用  $n$  阶多项式对数据进行拟合:

$$F_{yz} = a_1 \alpha^n + a_2 \alpha^{n-1} + \dots + a_{n-1} \alpha + a_n \quad (9)$$

$$M_{zz} = c_1 \alpha^n + c_2 \alpha^{n-1} + \dots + c_{n-1} \alpha + c_n \quad (10)$$

式中,  $F_{yz}$  为正转侧向力,  $M_{zz}$  为正转回正力矩,  $\alpha$  为侧偏角,  $a_n$  为正转时侧向力  $n$  阶多项式系数,  $c_n$  为正转时回正力矩  $n$  阶多项式系数。

当轮胎反转时, 使用  $n$  阶多项式对数据进行拟合:

$$F_{yF} = b_1 \alpha^n + b_2 \alpha^{n-1} + \dots + b_{n-1} \alpha + b_n \quad (11)$$

$$M_{zF} = d_1 \alpha^n + d_2 \alpha^{n-1} + \dots + d_{n-1} \alpha + d_n \quad (12)$$

式中,  $F_{yF}$  为反转侧向力,  $M_{zF}$  为反转回正力矩,  $b_n$  为反转时侧向力  $n$  阶多项式系数,  $d_n$  为反转时回正力矩  $n$  阶多项式系数。

$$L_P = (F_{yz} + F_{yF}) / 2 = 1/2 [(a_1 + b_1) \alpha^n + (a_2 + b_2) \alpha^{n-1} + \dots + (a_{n-1} + b_{n-1}) \alpha + (a_n + b_n)] \quad (13)$$

$$L_C = (F_{yz} - L_P) = 1/2 [(a_1 - b_1) \alpha^n + (a_2 - b_2) \alpha^{n-1} + \dots + (a_{n-1} - b_{n-1}) \alpha + (a_n - b_n)] \quad (14)$$

$$A_P = (M_{zz} + M_{zF}) / 2 = 1/2 [(c_1 + d_1) \alpha^n + (c_2 + d_2) \alpha^{n-1} + \dots + (c_{n-1} + d_{n-1}) \alpha + (c_n + d_n)]$$

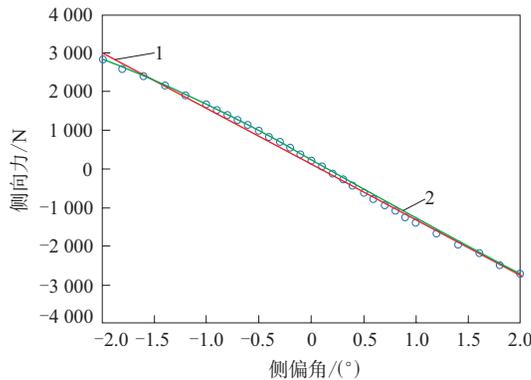
$$+\dots+(c_{n-1}+d_{n-1})\alpha+(c_n+d_n)] \quad (15)$$

$$A_C = M_{zz} - A_p = 1/2[(c_1 - d_1)\alpha^n + (c_2 - d_2)\alpha^{n-1} + \dots + (c_{n-1} - d_{n-1})\alpha + (c_n - d_n)] \quad (16)$$

将式(13)中 $L_p$ 为零时的 $\alpha$ 代入式(15),即可求得PRAT;将式(14)中 $L_c$ 为零时的 $\alpha$ 代入式(16),即可求得CRAT。

### 2.3 交叉试验验证

试验数据的多项式拟合曲线见图3。由图3可知:当采用1阶多项式拟合时,拟合曲线为一条直线,拟合效果很差;当采用9阶多项式拟合时,多项式的拟合曲线通过每一个点,拟合效果较好。但是原始数据中本身就含有噪声,对未知数据的预测能力往往不是最好的,容易产生过拟合的现象,多项式拟合阶数越高,建立的模型越动荡。因此针对试验数据,需要采用合理的数据模型。



○—原始数据;1—1阶多项式拟合;2—9阶多项式拟合。

图3 试验数据的多项式拟合曲线

交叉验证的主要思想是将数据分成两部分,一部分数据用于模型的训练,另一部分用于对训练好的模型进行误差预测,最后选择预测误差最小的模型<sup>[4]</sup>。本工作采用交叉试验方法中的Leave-One-Out Cross Validation (LOO-CV)对各阶多项式拟合曲线进行判断。具体方法如下。

(1) 设原始数据有 $n$ 个样本,每个样本单独作为验证集,其余的 $n-1$ 个样本作为训练集,所以LOO-CV会得到 $n$ 个模型。

(2) 用这 $n$ 个模型最终验证集的方差的平均值作为LOO-CV分类器的性能指标。

$$E(i) = Z_{ei} - Z_{oi} \quad (17)$$

式中, $E(i)$ 代表某项性能, $Z_{ei}$ 表示每个样本单独作为验证集中的采样值, $Z_{oi}$ 表示对应点的估计值。

$$M(I) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n |E(i)| \quad (18)$$

式中, $M(I)$ 表示 $n$ 个验证集偏差的平均值。

$$T(I) = \frac{1}{N} \sum_{I=1}^N |E(I)| \quad (19)$$

式中, $N$ 表示样本的迭代次数, $T(I)$ 表示样本迭代 $N$ 次的平均数。

$$\text{VAR}(I) = \frac{1}{N} \sum_{I=1}^N [M(I) - T(I)]^2 \quad (20)$$

式中, $\text{VAR}(I)$ 表示样本迭代 $N$ 次的各验证集偏差平均值的方差。

采用各阶多项式拟合PRAT数据,当 $\text{VAR}(I)$ 值最小时,说明此时多项式拟合曲线的阶数最合理,模型最优。通过LOO-CV方法,分别对3条轮胎进行1—9阶多项式拟合,各阶多项式拟合曲线的侧向力方差 $\text{VARF}(I)$ 和回正力矩方差 $\text{VARM}(I)$ 数据见表1。

由表1可知:当侧偏角的范围为 $\pm 2^\circ$ 时,轮胎侧向力和回正力矩采用5阶多项式拟合方差最小,说明5阶模型对未知数据的预测能力最好;当侧偏角的范围为 $\pm 1^\circ$ 时,轮胎侧向力和回正力矩采用3阶多项式拟合方差最小,说明3阶模型最优;当侧偏角的范围为 $\pm 0.5^\circ$ 时,轮胎侧向力和回正力矩采用线性拟合或者2阶多项式拟合方差最小,计算的PRAT和CRAT最准确。

### 3 结论

(1) 轮胎侧偏角在较小( $\pm 2^\circ$ )范围内,可采用 $n$ 阶多项式对轮胎侧向力和回正力矩试验数据进行拟合曲线,计算轮胎的PRAT和CRAT。

(2) PRAT和CRAT不仅与试验数据的精度有关,也与数据处理的方法有关,相同侧偏角范围内,采用不同阶数多项式拟合曲线,PRAT和CRAT数值有较大区别。

(3) 当侧偏角的范围为 $\pm 2^\circ$ 时,采用5阶多项式拟合曲线,模型最优,计算的PRAT和CRAT最准确;当侧偏角的范围为 $\pm 1^\circ$ 时,采用3阶多项式拟合曲线,模型最优,计算的PRAT和CRAT最准确;当侧偏角的范围为 $\pm 0.5^\circ$ 时,采用线性拟合或者2阶多项式拟合,模型最优,计算的PRAT和CRAT最准确。

表1 VARF(I)和VARM(I)数据

项 目	侧偏角/ (°)	多项式阶数								
		1	2	3	4	5	6	7	8	9
轮胎A										
VARF(I)	±2	3 140	2 350	395.61	211.64	104.28	381.48	408.52	586.49	2 160
VARM(I)	±2	32.28	21.29	1.24	1.16	0.65	2.58	2.89	3.67	5.79
VARF(I)	±1	543.25	128.64	47.62	56.45	75.46	80.62	120.49	254.62	825.56
VARM(I)	±1	2.65	1.53	0.26	1.56	2.45	3.65	5.98	11.21	14.32
VARF(I)	±0.5	35.42	37.68	89.24	250.61	312.11	1 430	9 230	362 000	982 000
VARM(I)	±0.5	0.22	0.084	1.56	2.42	2.49	3.13	16.45	156.47	187.62
轮胎B										
VARF(I)	±2	6 250	3 410	325.62	205.56	98.61	425.31	456.23	685.31	3 120
VARM(I)	±2	29.65	18.54	1.65	1.31	0.85	3.62	4.52	5.64	6.98
VARF(I)	±1	654.32	156.32	56.32	65.32	80.21	85.36	112.36	298.36	798.65
VARM(I)	±1	3.65	5.32	0.98	2.56	3.65	4.98	6.98	14.35	15.69
VARF(I)	±0.5	39.54	40.25	80.36	310.25	356.58	1 650	8 560	232 000	798 000
VARM(I)	±0.5	0.36	0.45	2.56	3.65	4.29	7.89	15.62	169.32	256.32
轮胎C										
VARF(I)	±2	7 890	3 250	452.32	315.36	215.36	398.21	406.50	589.36	3 660
VARM(I)	±2	42.56	32.21	10.59	5.65	2.10	3.65	5.23	5.29	6.96
VARF(I)	±1	658.32	145.32	56.32	65.98	89.65	112.32	145.69	213.21	698.16
VARM(I)	±1	3.65	2.65	0.56	1.98	3.21	4.32	6.98	12.32	15.65
VARF(I)	±0.5	42.32	45.69	98.65	230.54	356.45	1 890	6 250	289 000	756 000
VARM(I)	±0.5	0.45	0.54	2.36	3.21	4.56	8.98	18.97	120.58	236.54

[A] 第十届河南省汽车工程技术研讨会. 郑州:2013:385-386.

[3] GMW 15206—2007, Tire Residual Aligning Torque[S].

[4] 范永东. 模型选择中的交叉验证方法综述[D]. 太原: 山西大学, 2013.

#### 参考文献:

[1] SAE J 670e—2002, Vehicle Dynamic Terminology[S].

[2] 段晓静, 崔杰. 轮胎的锥度和残余转弯力对汽车直线跑偏的影响

收稿日期: 2019-02-24

## Study on Algorithm of Tire Residual Aligning Torque in Small Slip Angle

QIU Changfeng, CHEN Renquan, LIU Junjie, SUN Xiangyang

(Qingdao Double Star Tire Industry Co., Ltd, Qingdao 266400, China)

**Abstract:** In the range of small slip angle ( $\pm 2^\circ$ ) of the tire, the linear analysis method and the polynomial fitting curve method were used to analyze the measured data of the ply-steer residual aligning torque (PRAT) and the conicity residual aligning torque (CRAT). The 1-9 order polynomial fitting data was assessed by the cross-validation method. The results showed that when the slip angle range was  $\pm 2^\circ$ ,  $\pm 1^\circ$  and  $\pm 0.5^\circ$ , the lateral force and the aligning torque of the tire were fitted by the fifth-order polynomial, the third-order polynomial and the linear or second-order polynomial respectively, in which the fitting variance was the smallest, and accurate PRAT and CRAT could be obtained.

**Key words:** tire; PRAT; CRAT; polynomial fitting curve

欢迎订阅《轮胎工业》《橡胶工业》《橡胶科技》杂志