

子午线轮胎有限元分析

第 10 讲 子午线轮胎动态有限元分析

洪宗跃, 吴桂忠

(北京橡胶工业研究设计院, 北京 100039)

中图分类号: U463.341⁺.6; O241.82 文献标识码: E 文章编号: 1006-8171(2006)07-0441-05

在轮胎工程中有限元方法已得到了广泛的应用,但是由于轮胎复杂的非线性结构,大部分有限元分析模拟都是静态的。近年来为了更精确预测轮胎的响应,已经开始进行子午线轮胎瞬态分析研究。为了计算滚动轮胎的动态响应,提出了两种不同的分析方法:一种是隐式时间积分,根据一定的动力学关系计算稳定状态下的滚动轮胎动态响应,如 Faria 提出的具有摩擦阻力的滚动接触问题的稳定状态公式,可以进行自由滚动、转向、加速和制动分析;另一种是显式时间积分,如 Kamoulakos 和 Kao 研究了在有楔障的自由转鼓上的轮胎滚动的瞬态动力响应。

1 非线性动力瞬态分析原理

在非线性动力问题中,一般特征值分析没有意义,尽管在一些轻微的非线性问题中可以得到成功的应用。相对而言,直接积分法更为有用。

1.1 非线性方程的直接积分

对于非线性问题,动力方程可以写成下列形式:

$$\mathbf{M}u'' + \mathbf{C}u' + \mathbf{f}_i = f \quad (1)$$

式中, u 为位移, $\mathbf{f}_i$ 为内力向量,是位移的非线性函数。矩阵 $\mathbf{M}$ 和 $\mathbf{C}$ 与位移或速度相关,此处仅考虑内力的非线性。

将式(1)对时间微分,有

$$\mathbf{M}u''' + \mathbf{C}u'' + \mathbf{K}^t u' = f' \quad (2)$$

式中, $\mathbf{K}^t$ 为切线刚度矩阵。在第 1 次近似中,可以假设方程在有限时间域 Δt 内有效,因此可将方程写为

$$\mathbf{M}\Delta u'' + \mathbf{C}\Delta u' + \mathbf{K}^t \Delta u = \Delta f \quad (3)$$

此方程可用迭代算法求解。对于纽马克法,有

$$\begin{aligned} (4 \frac{\mathbf{M}}{\Delta t^2} + 2 \frac{\mathbf{C}}{\Delta t} + \mathbf{K}) \Delta u &= \Delta f + \\ (4 \frac{\mathbf{M}}{\Delta t} + 2\mathbf{C}) u'^n + 2\mathbf{M}u''^n \end{aligned} \quad (4)$$

式中, $\mathbf{K}$ 为刚度矩阵, n 为增量步。该增量动力平衡方程近似成立,因此每个增量的误差累积并没有因残余载荷修正而使解的精度降低。

另一种方法是将式(1)在当前状态(增量步 n)进行线性化,从而得到方程

$$\mathbf{M}u'' + \mathbf{C}u' + \mathbf{K}^t u = f - f_i^n + \mathbf{K}^t u^n \quad (5)$$

如果式(5)左端采用纽马克列式,可得到递归关系:

$$\begin{aligned} (4 \frac{\mathbf{M}}{\Delta t^2} + 2 \frac{\mathbf{C}}{\Delta t} + \mathbf{K}^t) \Delta u &= f^{n+1} - f_i^n + \\ (4 \frac{\mathbf{M}}{\Delta t} + \mathbf{C}) u'^n + \mathbf{M}u''^n \end{aligned} \quad (6)$$

类似地,如果采用 Houbolt 列式可以得到

$$\begin{aligned} (2 \frac{\mathbf{M}}{\Delta t^2} + \frac{11}{6} \frac{\mathbf{C}}{\Delta t} + \mathbf{K}^t) \Delta u &= f^{n+1} - f_i^n + (3 \frac{\mathbf{M}}{\Delta t^2} + \\ \frac{7}{6} \frac{\mathbf{C}}{\Delta t}) u''^n - (4 \frac{\mathbf{M}}{\Delta t^2} + \frac{3}{2} \frac{\mathbf{C}}{\Delta t}) u'^{n-1} + \\ (\frac{\mathbf{M}}{\Delta t^2} + \frac{1}{3} \frac{\mathbf{C}}{\Delta t}) u'^{n-2} \end{aligned} \quad (7)$$

这两种方法都是将问题线性化,然后进行加权余量近似。但采用加权余量近似是不合适的,因为对于有限时间区间,内部节点力矢量不是已知的。

采用静态非线性方程的迭代方法可以更好地得到 u^{n+1} ,因此精确计算 $\mathbf{K}^t$ 不是必要的,可以采

用修正的牛顿-拉弗森迭代法,仅在每个增量步开始形成一次刚度矩阵。

对于中心差分法,不需要进行迭代,因为仅在已知量上加权,因此可以直接写为

$$\frac{\mathbf{M}}{\Delta t^2} \Delta u = f^n - f_i^n + \frac{\mathbf{M}}{\Delta t^2} (u^n - u^{n-1}) - \frac{1}{2\Delta t} \mathbf{C} (u^n - u^{n-1}) \quad (8)$$

纽克法和 Houbolt 法都是隐式算法,算子矩阵为刚度矩阵,因此矩阵的非线性要求时刻都要重新组集和求解该矩阵。中心差分法是显式算法,如果忽略质量矩阵的非线性,只需组集和求解一次,非线性在右端项得到充分的考虑。如果采用集束质量矩阵,则不需进行矩阵求逆。

1.2 几何非线性

在几何非线性分析中,预应力对切向刚度矩阵会有显著影响:受拉伸时,特征频率提高;受压缩时,特征频率降低。即使在静力分析中可忽略的影响因素在动力学中也可能变得明显。一般而言,几何非线性的突发性比材料非线性的小。

在静力分析中,几何非线性可能有相当剧烈的影响,因为内应力可使刚度矩阵奇异,此时会发生屈曲。这将会使特征频率问题求解困难,因为需要对非正定系统求逆。对于直接积分的动力分析则影响不很严重,因为只要算子矩阵正定就可以。对于足够小的时间步长,这一条件可以满足,由于质量起主导作用,因此只要选择合适的时间步长,就可以求解动力屈曲问题。

内应力对切向刚度矩阵的影响可能会引起下述问题:应力从拉格朗日应变得得到,而拉格朗日应变从位移增量的非线性表达式得到,由于位移增量从非线性化的方程组得到,应力计算会有一定的误差,反过来会对初应力刚度矩阵产生影响,从而使刚度矩阵产生误差。

1.3 非线性加载和边界条件

在动力分析中,经常要考虑承受压力载荷的结构。如果这种结构有很大的位移,载荷就与位移相关,式(1)可写为下面的形式:

$$\mathbf{M}u'' + \mathbf{C}u' + f_i(u) = f(u) \quad (9)$$

式(5)的等效形式为

$$\mathbf{M}u'' + \mathbf{C}u' - (\mathbf{K}^t - \mathbf{K}^l)u = f^{n+1} -$$

$$f_i^n + (\mathbf{K}^t - \mathbf{K}^l)u^n \quad (10)$$

式中, $\mathbf{K}^l$ 为载荷刚度矩阵,与几何形状及加载类型非常相关。一般来说,它是对称的,而且不能自动确定,因此通常假设在一个增量步内载荷保持不变,此时就可用式(5)。当要求跟随力矩阵时,可包括附加的载荷刚度矩阵。

另一种非线性问题是由接触引起的。接触问题可以分为刚体表面接触和变形体之间接触两种类型。

第1类问题没有特别的预先警示也可以处理,如果点的位移足够大,将碰到边界,位移保持恒定,而速度和加速度马上消失。

第2类问题由于要考虑每个节点的冲量所涉及到的附加条件,因此当碰撞引起瞬时速度变化(Δu)时应确认为

$$\mathbf{M}\Delta u' = 0 \quad (11)$$

从表面上看,这个方程只有一个解 $\Delta u = 0$,然而,如果在碰撞前两个节点的速度有如下关系

$$u^i + \Delta u^i = u^j + \Delta u^j \quad (12)$$

则碰撞后它们还是相等的。在式(12)的条件下,式(11)具有非零解。

显然,如果采用一致质量矩阵,需对质量矩阵求逆。如果质量矩阵为集束矩阵,式(11)和(12)变为简单标量形式:

$$u^c = \frac{m^i u^i + m^j u^j}{m^i + m^j} \quad (13)$$

式中, u^c 为公共节点的速度。即使质量矩阵为一致质量矩阵,将它集束化对提高计算速度也是非常有效的。

2 子午线轮胎的非线性瞬态分析模型

Rao K 等采用显式积分的方法对动态子午线轮胎的瞬态有限元模型进行了有效分析,成功地证实了子午线轮胎动态有限元模拟可以有效提高轮胎设计水平和节约成本。下面引用他们所做的工作来说明子午线轮胎动态的模拟方法。Rao K 等采用 145/70R20 子午线轮胎有限元模型的轴对称断面,如图1所示。子午线轮胎不同部位,如胎面、胎肩、胎侧、胎体、带束层和胎圈等的材料特性在模型中都予以考虑。子午线轮胎三维有限元模型(见图2)是其断面经过360°旋转而得到的,

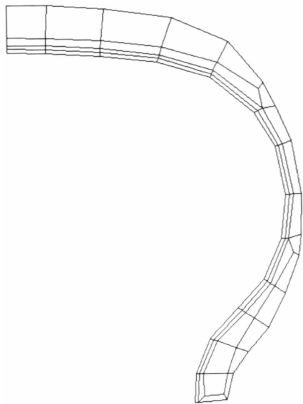


图 1 轮胎有限元模型断面

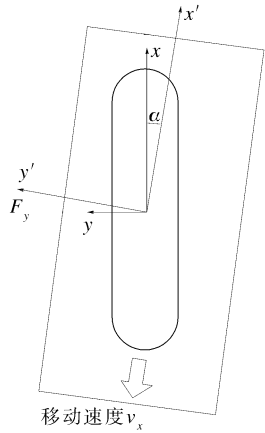


图 3 轮胎轴向系统

α —侧滑角； F_y —转弯侧向力。

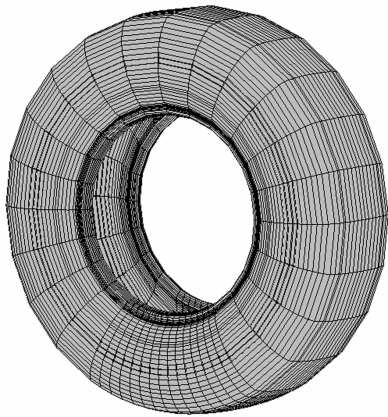


图 2 轮胎的三维有限元模型

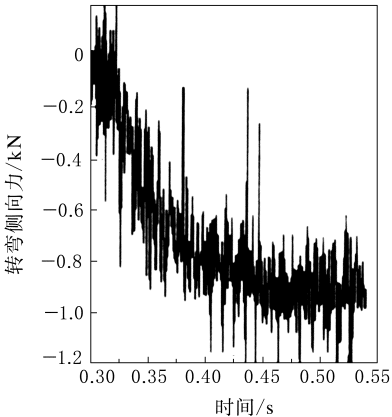
采用 8 节点六面体单元，共有 8 100 个节点 6 240 个单元，其中 2 520 个实体单元运用加强筋理论进行定义。由于轮胎非高速行驶时粘弹性对动态分析影响不是很大，这里将其忽略。在轮辋与轮胎的接触问题中，定义轮辋为刚体，与胎圈完全接触，不产生滑移。在路面与轮胎的接触问题中，定义路面为刚体，并且与轮胎的摩擦因数为 1.0 (MTS Flat-Trac 轮胎试验系统试验结果)。

目前可以模拟子午线轮胎转弯、制动和转弯制动等动态过程。限于篇幅，本文只介绍 Rao K 等对轮胎转弯进行动态有限元分析的模拟。动态模拟分析过程包括两个模拟步骤：第 1 步是子午线轮胎的充气 and 加载过程，路面只有法线方向是自由的，给轮胎一个恒定的内压力 (180 kPa)，同时路面沿法线方向与轮胎有一个接触力；第 2 步是动态分析过程，是第 1 步分析的延续。转弯模拟的轴向系统如图 3 所示，轮胎速度设定为 $50 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$ 时，侧滑角从 0° 到 20° 分别进行模拟。

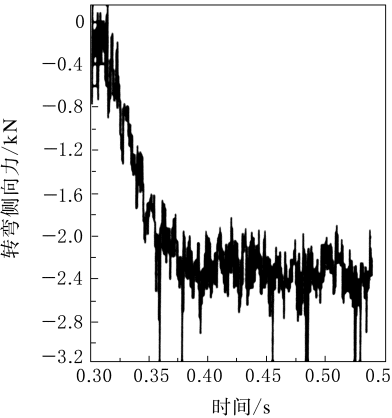
3 计算结果讨论

3.1 转弯侧向力

图 4 示出侧滑角为 1° 和 4° 、垂直载荷为 3.7 kN



(a) $\alpha = 1^\circ$



(b) $\alpha = 4^\circ$

图 4 垂直载荷 3.7 kN 时转弯侧向力随时间的变化关系

时转弯侧向力随时间的变化关系。从图4可以看到,当轮胎转动过半时转弯侧向力趋于一个稳定值。在侧滑角度 20° 内看到了类似的结果。

在垂直载荷为 3.0 kN 时,转弯侧向力随侧滑角的变化关系如图5所示。从图5可以看到,在 0° 侧滑角时,由于角度效应,轮胎有非零转弯侧向力,同时在 $0\sim 5^\circ$ 侧滑角度内,转弯侧向力近似呈线性增大趋势。

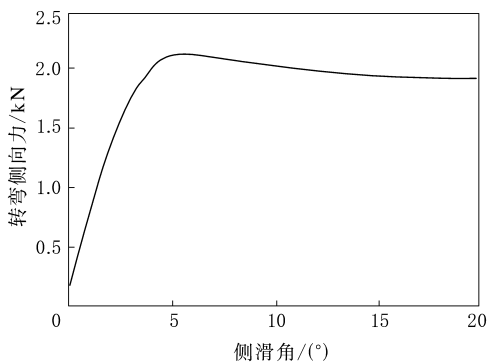


图5 垂直载荷 3.0 kN 时转弯侧向力与侧滑角的关系

在不同侧滑角度下转向时轮胎的变形情况如图6所示。在 0° 侧滑角下,由于轮胎的角度效应,滚动轮胎被扭转,轮胎有限元模型中的水平直线变形后不再保持直线状态。

垂直载荷改变时转弯侧向力随侧滑角的变化关系如图7所示。从图7可以看出,不同垂直载荷下转弯侧向力与侧滑角的关系是相似的,而且垂直载荷越大,转弯侧向力就越大。

采用 Flat Trac-I 试验机进行转弯试验,145/70R12 轮胎 4° 侧滑角时转弯侧向力计算值与试验值的对比如图8所示。从图8可以看出,试验值与计算值具有较好的一致性。

3.2 回正力矩

1° 侧滑角、 3.7 kN 垂直载荷时回正力矩随时间的变化关系如图9所示。垂直载荷为 3.0 kN 时回正力矩随侧滑角的变化关系如图10所示。从图10可以看出,在 0° 侧滑角时,由于角度效应,轮胎仍然具有非零的回正力矩,且在 3° 侧滑角附近,轮胎获得了良好的方向操纵性能和稳定性,并随着侧滑角的进一步增大,轮胎的方向操纵性能和稳定性逐渐降低;侧滑角超过 10° 后,回正力矩变为负值,表示此时轮胎系统处于不稳定状态。

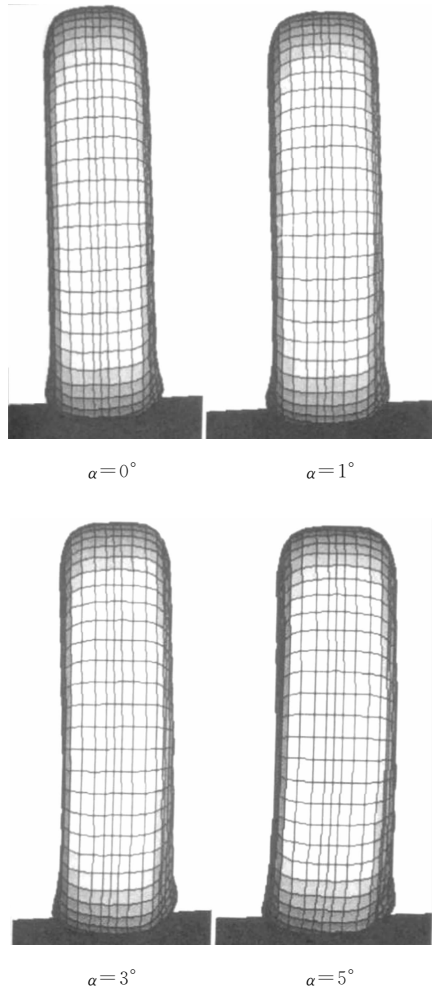


图6 不同侧滑角转向时轮胎的变形

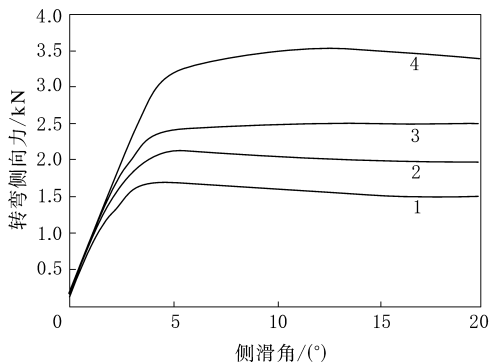


图7 垂直载荷改变时转弯侧向力与侧滑角的关系

垂直载荷(kN): 1—2.2; 2—3.0; 3—3.7; 4—5.4。

不同垂直载荷作用下,轮胎回正力矩随侧滑角的变化关系如图11所示。

从图11可以看出,不同垂直载荷下回正力矩与侧滑角的关系是相似的,而且垂直载荷越大,回正力矩就越大。

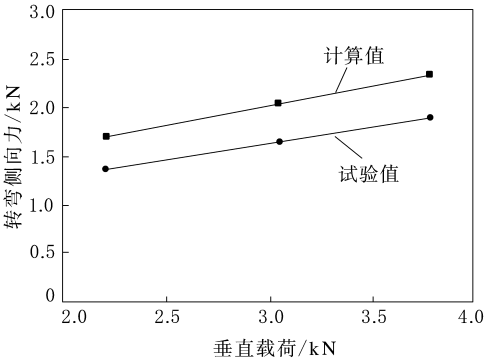


图 8 4°侧滑角时转弯侧向力的计算值与试验值对比

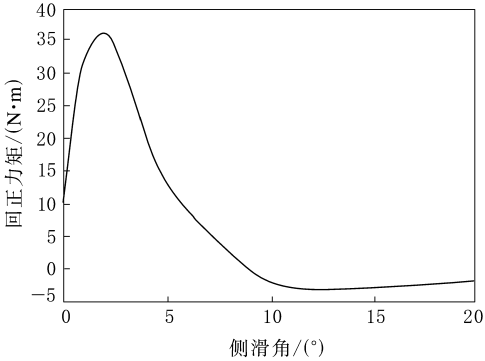


图 10 垂直载荷为 3.0 kN 时回正力矩与侧滑角的关系

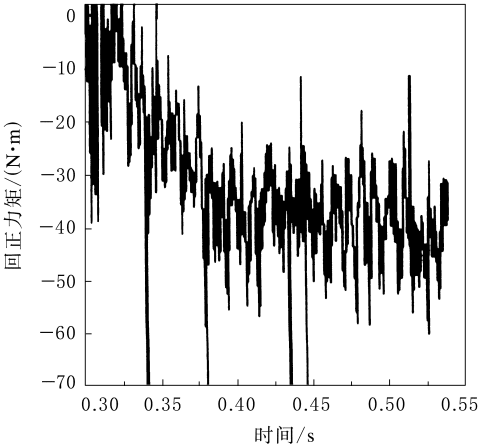


图 9 垂直载荷为 3.7 kN 时回正力矩随时间的变化关系

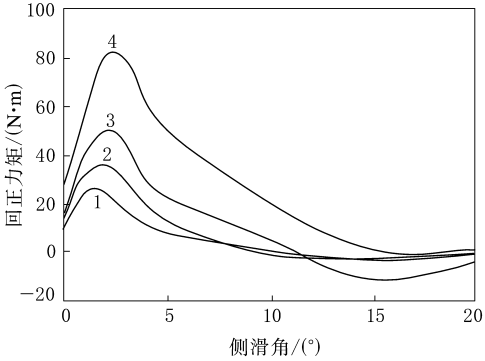


图 11 不同垂直载荷下回正力矩与侧滑角的关系
注同图 7。

4 结语

本文介绍了非线性动力瞬态有限元分析的基

本原理,建立了子午线轮胎动态模型,并利用显式有限元分析程序进行轮胎转弯分析模拟。转弯侧向力的计算值与试验结果有良好的一致性。

(全讲座完)

轮胎胎坯刺孔机在胎坯胎圈部位的应用

中图分类号:TQ330.4+6 文献标识码:B

胎坯刺孔是保证轮胎硫化后不出现气泡和脱层等质量问题必不可少的手段之一。现在国内轮胎厂所用的胎坯刺孔机均只对胎坯冠部、肩部及侧部刺孔,而胎圈部位只靠人工刺孔,劳动强度大,少扎、漏扎等现象时有发生,不易控制刺孔质量。硫化时,内压分布在胎圈内侧部位的压力最低,加上设计增强型轮胎时胎侧部位厚度增大,易使成品轮胎胎侧部位因内压不足产生胎圈气泡等。为提高产品质量和减轻操作人员的劳动强度,对原胎坯刺孔机进行改造,使其不仅可对胎坯

冠部、肩部及侧部进行垂直刺孔,还可以对胎圈部位进行刺孔。

1 原胎坯刺孔机构造

LKM-975D 轮胎胎坯刺孔机主要由机架、升降气缸、刺孔装置、托辊、卸胎气缸、气动系统和电控系统等组成。刺孔时,可根据胎坯直径松开拉杆上的锁紧装置调整刺孔针与胎坯顶部的距离,确定刺孔装置高度,将胎坯居中滚入两组托辊上,启动微电机,使刺孔针旋转,同时升降气缸使刺孔针做上下往复运动。机架的地板上两组托辊一端装有刹车装置,另一端有飞轮,通过链条使辊筒带动胎坯做单向回转运动,如此循环对胎坯冠部、肩部及胎