

轮胎胶料有限元分析的实验基础及计算

王登祥

[上海轮胎橡胶(集团)股份有限公司大中华橡胶厂 200030]

摘要 从弹性力学理论的 Rivlin 应变能函数出发,引出对炭黑填充胶料弹性力学性能进行描述的 Yeoh 三次方程,以此为基础对单轴拉伸、单轴压缩、平面拉伸和等双轴拉伸的实验设计进行数学推导和讨论,并对非线性有限元分析的 5 种基本实验进行了描述。列举了轮胎胶料泊松比的测定和计算,并对复合材料性能进行数据计算。

关键词 轮胎,有限元分析,应变能函数,缩减应力,泊松比,单轴拉伸

1 轮胎胶料非线性有限元分析实验设计的理论依据

1.1 弹性力学理论

Rivlin^[1]提出应变能函数(W)的表达式为应变量的多项式

$$W = W(I_1, I_2, I_3)$$

Green 变形张量的应变量被 Rivlin 定义为:

$$I_1 = \lambda_1^2 + \lambda_2^2 + \lambda_3^2 \quad (1)$$

$$I_2 = (\lambda_1 \lambda_2)^2 + (\lambda_2 \lambda_3)^2 + (\lambda_3 \lambda_1)^2 \quad (2)$$

$$I_3 = (\lambda_1 \lambda_2 \lambda_3)^2 \quad (3)$$

式中 λ_i 为伸长率, $\lambda_i = 1 + L/L_0$; 而 L_0 为初始长度; λ_i 的下角标 1, 2 和 3 分别代表互相垂直的 3 个方向,即 X, Y, Z 轴。

Rivlin 提出最通用的应变能函数(包括有限的可压缩性)如下:

$$W = \sum_{ijk=0}^{ik=n} C_{ijk} (I_1 - 3)^i (I_2 - 3)^j (I_3 - 1)^k \quad (4)$$

对于理想状态的不可压缩材料,其体积保持恒定,在试样变形时体积也不发生变化,则 $I_3 = 1$, 那么 Rivlin 的应变能函数减项为:

作者简介 王登祥,男,54岁。高级工程师,技术副厂长,《合成橡胶工业》和《轮胎工业》杂志编委。曾担任上海轮胎公司研究所美国阿克隆分部 T. R. T. R. 公司总经理。参加的子午线轮胎研究开发项目多次获得上海市科技进步奖并获得国家科技进步三等奖;获国家专利 2 项。在美国“Rubber World”杂志发表论文 1 篇,国内刊物发表论文 20 余篇,译文 18 篇,并出版专著 1 部。

$$W = \sum_{ij=0}^{ii=n} C_{ij} (I_1 - 3)^i (I_2 - 3)^j \quad (5)$$

其中 C_{00} 等于零,表示在开始阶段(无拉伸时)应变能为零。

方程(5)的展开式有许多项,而在实际应用中,只截取一定的项数。取第 1 项,被 Rivlin 称为 neo-Hookean 方程^[1],则 $W = C_{10} (I_1 - 3)$, W 和 I_1 呈线性关系。

Mooney 早期的工作中取方程(5)的前 2 项(成为一次方程)叫 Mooney-Rivlin 方程

$$W = C_{10} (I_1 - 3) + C_{01} (I_2 - 3) \quad (6)$$

方程(6)提出了简单的应力-应变关系曲线,这是一种广泛采用的模式。但是方程(6)是基于未填充橡胶材料的数据。Mooney-Rivlin 方程要求简单剪切应力-应变的斜率是线性的。但是 Yeoh^[2]指出,炭黑填充胶料的情况并非如此。

Rivlin 方程的二次方程(取前 5 项)为:

$$W = C_{10} (I_1 - 3) + C_{01} (I_2 - 3) + C_{11} (I_1 - 3)(I_2 - 3) + C_{20} (I_1 - 3)^2 + C_{02} (I_2 - 3)^2 \quad (7)$$

在中等应变时,这种高次方程改善了拟合性,因为它提供的模式在应力-应变曲线上只有 1 个拐点。

Rivlin 方程的三次方程(取前 9 项)为:

$$W = C_{10} (I_1 - 3) + C_{01} (I_2 - 3) + C_{11} (I_1 - 3)(I_2 - 3) + C_{20} (I_1 - 3)^2 +$$

$$C_{02}(I_2 - 3)^2 + C_{12}(I_1 - 3)(I_2 - 3)^2 + C_{21}(I_1 - 3)^2(I_2 - 3) + C_{30}(I_1 - 3)^3 + C_{03}(I_2 - 3)^3 \quad (8)$$

在高应变条件下,方程(8)的应力-应变曲线可能有2个拐点。

在高应变条件下,高次方的 Rivlin 方程可提供很好的拟合性,但是将它用在低应变或中等程度应变条件下就未必合适。至于究竟采用哪种方程,要看产品在使用条件下的变形程度。

1.2 力学分析

Rivlin^[1]证明,对于纯均匀的应变,在应力、应变和应变能之间存在下列关系:

$$\frac{t_1 - t_2}{1^2 - 2^2} = 2 \left(\frac{\partial W}{\partial I_1} + 3^2 \frac{\partial W}{\partial I_2} \right) \quad (9)$$

$$\frac{t_1 - t_3}{1^2 - 3^2} = 2 \left(\frac{\partial W}{\partial I_1} + 2^2 \frac{\partial W}{\partial I_2} \right) \quad (10)$$

$$\frac{t_2 - t_3}{2^2 - 3^2} = 2 \left(\frac{\partial W}{\partial I_1} + 1^2 \frac{\partial W}{\partial I_2} \right) \quad (11)$$

上式中 $\frac{\partial W}{\partial I_1}$ 和 $\frac{\partial W}{\partial I_2}$ 分别为应变能 W 对 I_1 和 I_2 的偏微分。为主方向上的伸长率,下角标 1, 2 和 3 分别代表 X, Y, Z 轴方向。 t 为真实应力(与变形后尺寸有关的应力),难以测到。为工程应力(与初始尺寸有关的应力),也叫实测应力, $t =$ 。

方程(9)~(11)等式的左侧叫缩减应力项。根据这些方程,可以简单地测出单轴拉伸、单轴压缩和平面拉伸等简单变形的应力-应变关系。

1.3 三次方程

Yeoh^[2]提出一种三次方程,采用不变量 $(I_1 - 3)$ 作为应变能 W 的函数,能够很好地对炭黑填充胶料的弹性力学性能进行描述。这个三次方程可以看作 Rivlin 三次方程的简化,如下式:

$$W = C_{10}(I_1 - 3) + C_{20}(I_1 - 3)^2 + C_{30}(I_1 - 3)^3 \quad (12)$$

在方程(12)中,以 W 对 I_1 和 I_2 分别偏

微分则得

$$\frac{\partial W}{\partial I_1} = C_{10} + 2C_{20}(I_1 - 3) + 3C_{30}(I_1 - 3)^2 \quad (13)$$

$$\frac{\partial W}{\partial I_2} = 0 \quad (14)$$

Yeoh 说,炭黑填充胶料的实验数据表明 $\frac{\partial W}{\partial I_2}$ 远远小于 $\frac{\partial W}{\partial I_1}$, 且接近于零(绝不等于零)。三次方程适于描述非线性材料的应力-应变关系。

1.4 三次方程的实验设计基础

对于方程(9)~(11),通过设计几种几何形状不同的试样,可方便地进行力学分析。如单轴拉伸、单轴压缩和平面拉伸(纯剪切)实验设计,使力总是作用在一个单一方向,然后测定在这个单一方向上的应力和应变。实验设计的基础是设计一些容易数学处理的简单的变形模式。非线性有限元分析的5种基本实验见图1。

1.4.1 单轴拉伸或单轴压缩

如图1(a和b)所示,方向1为拉伸(或压缩)方向,假定材料是不可压缩的,根据方程(3)得:

$$I_3 = (1 \ 2 \ 3)^2 = 1 \quad (15)$$

因材料只有单方向拉伸,故 $2 = 3$,而对于中等程度伸长率, $1 =$ (测定值),代入方程(15)得:

$$(1 \ 3^2)^2 = 1$$

$$\text{则} \quad 3^2 = 2^2 = 1^{-1}$$

变形区的工程应力 $1 =$ (实测值), $2 = 3 = 0$ (因单轴拉伸,另外2个方向不受力)。

$$\begin{aligned} \text{因} \quad & t = \\ \text{故} \quad & t_1 = t = \\ \text{而} \quad & t_2 = t_3 = 0 \end{aligned}$$

代入方程(9)得:

$$\frac{t_1 - 0}{1^2 - 1^2} = 2 \left(\frac{\partial W}{\partial I_1} + 3^2 \frac{\partial W}{\partial I_2} \right) \quad (16)$$

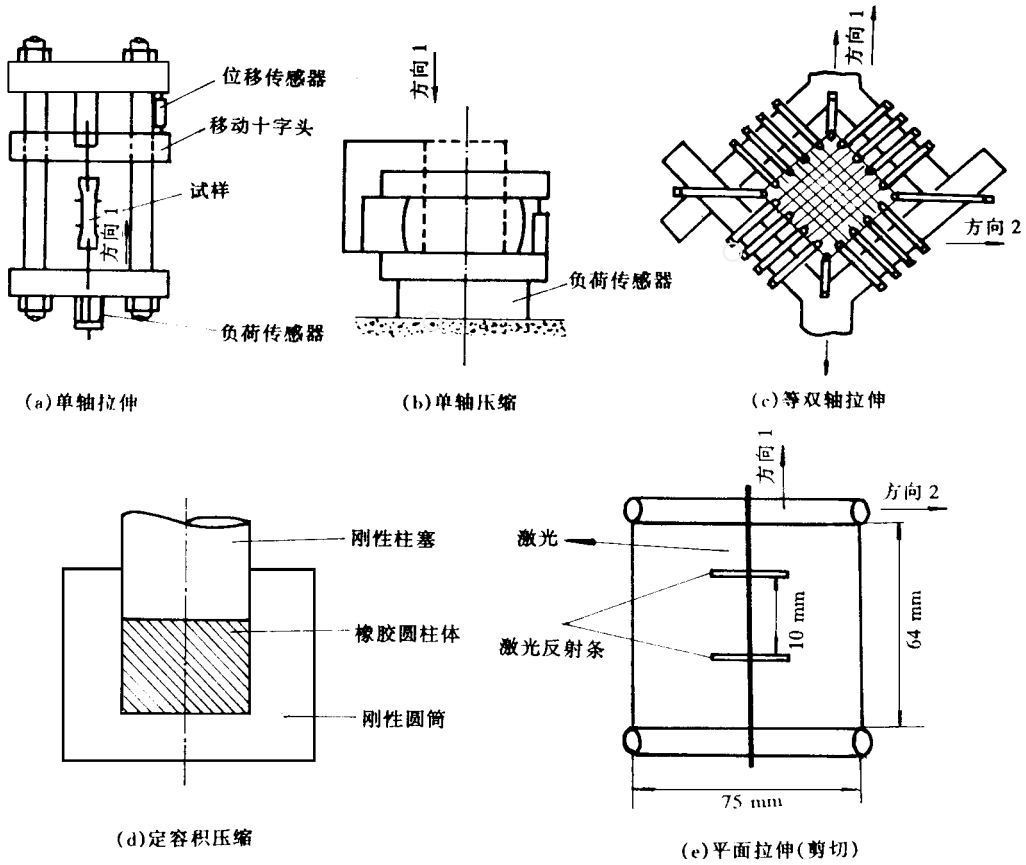


图 1 非线性有限元分析的 5 种基本实验

将方程 (13)、(14) 代入方程 (16) 得：

$$\frac{\sigma}{E} = 2 C_{10} + 4 C_{20} (I_1 - 3) + 6 C_{30} (I_1 - 3)^2 \quad (17)$$

等式的左边是缩减应力项, 根据方程 (1) 得：

$$I_1 - 3 = \lambda^2 + \lambda^{-1} + \lambda^{-1} - 3 = \lambda^2 + 2 \lambda^{-1} - 3$$

对于方程 (17), 以 $I_1 - 3$ 为 X 轴, 其值可由伸长率算出; 以缩减应力为 Y 轴, 其值等于 $\sigma / (E \lambda^{-2})$, 常数项 C_{10} , C_{20} 和 C_{30} 均可由此算出。

1.4.2 平面拉伸(纯剪切)

如图 1(e) 所示, 方向 1 为拉伸方向。假定材料是不可压缩的, 根据方程 (3) 得：

$$I_3 = (\lambda_1 \lambda_2 \lambda_3)^2 = 1$$

对于中等程度的伸长率, $\lambda_1 = \lambda$ (测定值), 由于平面拉伸, 其宽度方向(方向 2)保

持原始尺寸, 因此, $\lambda_2 = 1$, 代入方程 (3) 得：

$$(\lambda_3 \cdot 1)^2 = 1$$

故 $\lambda_3 = \lambda^{-1}$

即 $\lambda_3^2 = \lambda^{-2}$

变形区工程应力 $\sigma_1 =$ (测定值), 厚度

方向 $\lambda_3 = 0$; $\lambda_2 = 0$, 它由刚硬的夹头支撑。

由于 $t =$

因此 $t_1 = \lambda_1 \lambda_1 = \lambda^2$; $t_3 = \lambda_3 \lambda_3 = 0$

将上式代入方程 (10) 得

$$\frac{\sigma}{E} = 2 \left(\frac{\partial W}{\partial I_1} + \lambda^2 \frac{\partial W}{\partial I_2} \right) \quad (18)$$

将方程 (13)、(14) 代入方程 (18) 得：

$$\frac{\sigma}{E} = 2 C_{10} + 4 C_{20} (I_1 - 3) + 6 C_{30} (I_1 - 3)^2 \quad (19)$$

等式的左边是缩减应力项, 根据方程 (1) 得：

$$I_1 - 3 = \lambda^2 + 1 + \lambda^{-2} - 3 = \lambda^2 + \lambda^{-2} - 2$$

1.4.3 等双轴拉伸

如图1(c)所示,试样为方形,四边匀速拉伸,方向1和方向2为拉伸方向(X, Y 轴),假定材料是不可压缩的,根据方程(3)得:

$$I_3 = (\lambda_1 \lambda_2 \lambda_3)^2 = 1$$

对于中等程度的伸长率

$$\lambda_1 = \lambda_2 = (\text{测定值})$$

$$\lambda_3 = (\text{测定值})$$

$$t_1 = t_2 =$$

而 $t_3 = 0$, 代入方程(3)得:

$$I_3 = 1 = (\lambda_1 \lambda_2 \lambda_3)^2 = (\lambda^2 \lambda_3)^2$$

因 $\lambda_3 = \lambda^{-2}$

并且 $\lambda^2 = \lambda^{-4}$

将此代入方程(11)得:

$$\frac{-0}{2} = 2 \left(\frac{\partial W}{\partial I_1} + \lambda^2 \frac{\partial W}{\partial I_2} \right) \quad (20)$$

将方程(13)、(14)代入方程(20)得:

$$\frac{-0}{2} = 2 C_{10} + 4 C_{20} (I_1 - 3) + 6 C_{30} (I_1 - 3)^2 \quad (21)$$

等式的左边是缩减应力项。据方程(1)得:

$$\begin{aligned} I_1 - 3 &= \lambda_1^2 + \lambda_2^2 + \lambda_3^2 - 3 \\ &= \lambda^2 + \lambda^2 + \lambda^{-4} - 3 \\ &= 2\lambda^2 + \lambda^{-4} - 3 \end{aligned}$$

1.4.4 小结

对于每种试验,缩减应力和 $(I_1 - 3)$ 有不同的表达形式,但是常数项 C_{10} , C_{20} 和 C_{30} 是相同的,见表1。

表1 各种试验的缩减应力和 $I_1 - 3$ 的表达式

| 测试方法 | 缩减应力 | $I_1 - 3$ |
|----------|-------------------------------------|---------------------------------|
| 单轴拉伸 | $\lambda(\lambda^2 - \lambda^{-2})$ | $2\lambda^2 + \lambda^{-4} - 3$ |
| 单轴压缩 | $\lambda(\lambda^{-2} - \lambda^2)$ | $2\lambda^2 + \lambda^{-4} - 3$ |
| 平面拉伸(剪切) | $\lambda(\lambda^2 - \lambda^{-2})$ | $2\lambda^2 + \lambda^{-4} - 3$ |
| 等双轴拉伸 | $\lambda(\lambda^2 - \lambda^{-2})$ | $2\lambda^2 + \lambda^{-4} - 3$ |

应用 Yeoh 提出的三次方程(12),以不变量 $I_1 - 3$ 作为应变能函数,可以极为近似地描述炭黑填充胶料的性能,特别在应变低

于80%时(子午线轮胎的通常工作条件)最为接近。

在实际应用中,可以用单轴拉伸测试数据来预测单轴压缩和平面拉伸(纯剪切)的实验数据,特别当应变低于80%时,预测值更接近实际测定值^[3]。

2 非线性有限元分析的5种基本实验设计

2.1 单轴拉伸

(1) 试样准备。按胶料代号在轮胎中的等效硫化时间硫化,每种胶料做2批,每批硫化2片。按 ASTM C形哑铃状试样裁切。

(2) 仪器。采用孟山都 T2000 型材料试验机。

(3) 夹具。孟山都标准哑铃状试样气动夹具。

(4) 测试条件。测试室温为 $(23 \pm 2)^\circ\text{C}$; 拉伸速度为 $5 \text{ mm} \cdot \text{min}^{-1}$; 伸长率分别为 10%, 20%, 30%, 40%, 50%, 60%, 70%, 80%, 90%, 100%, 110% 230%。

2.2 单轴压缩

(1) 试样制备。按胶料代号在轮胎中的等效硫化时间进行硫化。圆柱体样品尺寸: 直径 $(29.0 \pm 0.5) \text{ mm}$; 高度 $(12.5 \pm 0.5) \text{ mm}$ 。

(2) 仪器。采用 MTS 831 弹性试验系统 (MTS 公司出品); 液压源型号为 M182682A; 计算机为 Compaq DESKPRO XE450 工作站; 数据处理机为 NEC Multi-sync 4F Ge; Test Star, 软件为 TEST-WARE-SX; 操作系统为 OS/2。

(3) 测试条件。测试室温为 $(23 \pm 2)^\circ\text{C}$; 测试速度为 $5 \text{ mm} \cdot \text{min}^{-1}$, 从压缩 5% 直到 50%, 每压缩 5%, 测定 1 次数据。

(4) 润滑油。采用道康宁聚二甲基硅氧烷(一种硅油), 运动粘度为 $0.02 \text{ Pa} \cdot \text{s}$ 。将试样浸入此硅油中, 其作用是使样品在测试过程中, 上下接触面的摩擦力减小, 与试样柱体中段一起, 半径同幅增大, 从而减小由于摩擦

带来的误差。

2.3 定容积压缩试验

(1) 试样制备。按胶料代号在轮胎中的等效硫化时间进行硫化。圆柱体样品尺寸：直径 (17.8 ± 0.1) mm ,高度 (25.4 ± 0.15) mm 。

(2) 仪器。同单轴压缩试验。

(3) 测试条件。测试室温为 (23 ± 2) ；测试速度为 $5 \text{ mm} \cdot \text{min}^{-1}$;从压缩 1 % 直至 25 % 或 达到 100 MPa ,每压缩 1 % ,测定 1 次数据。

(4) 润滑油。同上。

2.4 平面拉伸(剪切) 试验

(1) 试样制备。按胶料代号在轮胎中的等效硫化时间进行硫化。长条试样尺寸为 $76.2 \text{ mm} \times 12.7 \text{ mm} \times 1.52 \text{ mm}$,将硫化好的长条试样裁切为 3 只试样 ,尺寸见图 1(e) 。

(2) 仪器。采用孟山都 T2000 拉力机和孟山都激光应变测量仪(级) 。

(3) 夹具。采用阿克隆橡胶开发实验室 (ARDL) 自制气动夹具,用钢瓶中的压缩空气作为气动夹具的动力,测试时压力为 5.62 MPa。夹具构造为上面一对夹具块,其下另有一夹具块与之对称。

(4) 测试条件。测试速度为 $5 \text{ mm} \cdot \text{min}^{-1}$;拉伸测定点分别为 5 % ,10 % ,15 % ,25 % ,50 % ,100 % ,150 % ,200 % ,250 % 。

2.5 等双轴拉伸

(1) 试样制备。按胶料代号在轮胎中的等效硫化时间进行硫化。试样尺寸为 : $100 \text{ mm} \times 100 \text{ mm} \times 0.6 \text{ mm}$;每种样品测试 2 个试样。

(2) 测试地点。美国阿克隆大学/ 聚合物工程研究所实验室。

(3) 测试设备。采用双轴延伸测定装置 (日本岩本制作所产) ,主要性能指标 :倍率 6×6 ;可调温度 常温 ~ 250 ；设备尺寸 $2.5 \text{ m} \times 3.5 \text{ m}$ 。

(4) 测试步骤如下 :

控制面板上设定样品区的温度为 36 (样品架下有 4 个温度传感器 ,测定样品区温度) ;

设定仪器操作方式为等双轴 ;

手动方式打开样品区罩盖 ;

手动方式松开夹具块 (无自动方式) ,总共 40 副夹具 ,见图 2 ;

将样品架升至合适位置 ;

将样品置于样品架上 ,调整好位置 ,并以自动方式上好夹具块 ,夹紧样品 ;

打开压缩空气 (压力为 1.4 MPa) ,待气压稳定 ,样品平整后开始拉伸。拉伸增量为 $5 \text{ mm} \cdot \text{min}^{-1}$,拉伸到绝对伸长为 135 mm 止。用 X-Y 记录仪记录测试结果 (所用记录仪为 :RDK RIKADEN KI) 。

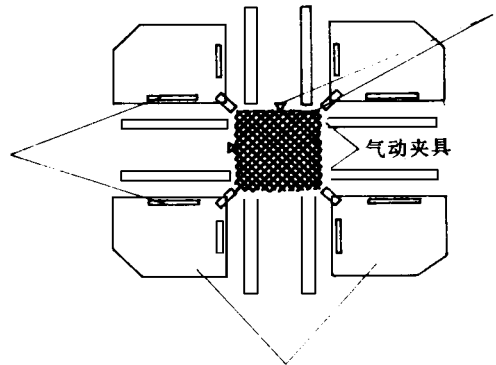


图 2 等双轴拉伸气动夹具

3 轮胎胶料泊松比的测定和计算

当橡胶材料接近不可压缩时,其泊松比 () 接近且小于 0.50。对于轮胎方面的应用来说,“不可压缩”仅是一种假设,因为轮胎没有哪一部分是在限定体积内工作的,这和橡胶密封圈的使用环境不一样。

实际采用的泊松比值可能会对有限元分析的计算结果产生重要影响。泊松比可以用定容积压缩试验来测定。此种试验是将一硫化后的橡胶圆柱体放在一个等容积的金属圆筒容器内进行压缩 (参见上文 2.3) 。

美国阿克隆橡胶开发实验室用下述方法来计算^[4]:杨氏模量(E)——计算橡胶圆柱体接触刚硬的容器壁以前的曲线(近似直线)斜率;体积模量(K)——计算橡胶圆柱体接触刚硬的容器壁以后的曲线(近似直线)斜率。

轿车轮胎胎面胶 T11(本公司编号)的定容积压缩试验数据见表 2。

表 2 轿车轮胎胎面胶的定容积压缩试验数据

| 项 目 | 第 1 次试验 | 第 2 次试验 | 平均值 |
|---------|-------------|-------------|-------|
| 接触容器壁前 | | | |
| 应变段 | 0.030~0.130 | 0.030~0.130 | — |
| 应力段 | 0.30~0.80 | 0.27~0.77 | — |
| E/MPa | 5.0 | 5.0 | 5.0 |
| 接触容器壁后 | | | |
| 应变段 | 0.175~0.189 | 0.169~0.185 | — |
| 应力段 | 13.76~54.10 | 14.92~62.13 | — |
| K/MPa | 2 881 | 2 951 | 2 916 |

注:杨氏模量和体积模量均按 应力/ 应变计算。

兹有下列关系式^[5]:

$$E = 3K(1 - 2) \\ = 0.5 - (E/6K) \quad (22)$$

对于轿车轮胎胎面胶 T11,式中 $E = 5.0$ MPa, $K = 2 916$ MPa,代入关系式,计算出泊松比为 0.499 714。9 种轿车子午线轮胎胶料的定容积压缩试验结果见表 3。

表 3 定容积压缩试验计算胶料的泊松比

| 胶料代号 | E/MPa | K/MPa | 泊松比 |
|------|---------|---------|---------|
| T11 | 5.00 | 2 916 | 0.499 7 |
| T21 | 3.20 | 2 983 | 0.499 8 |
| T26 | 9.05 | 3 341 | 0.499 5 |
| T31 | 4.35 | 3 093 | 0.499 8 |
| T41 | 9.35 | 3 145 | 0.499 5 |
| T51 | 6.29 | 3 187 | 0.499 7 |
| T55 | 3.55 | 3 200 | 0.499 8 |
| T63 | 8.70 | 3 206 | 0.499 5 |
| T81 | 5.95 | 3 119 | 0.499 7 |

从表 3 可以看出,9 种不同胶料的泊松比在数值上没有明显的差异,其值在一个狭窄的范围内,平均值约为 0.499 7^[6]。

随着杨氏模量的增大,泊松比略微增大。

对于其它类型的轮胎胶料没有测试过,但预计有类似的结果。Holowina^[7]指出 $1/(1 - 2)$ 必须用在有限元分析的计算程序中。当值的范围为 0.499 5~0.499 8 时, $1/(1 - 2)$ 项算出的结果将为 1 000~2 500。

4 计算复合材料性能数据

轿车子午线轮胎胎体通常采用聚酯帘布,计算这种橡胶和聚酯帘线构成的复合材料的性能是进行轮胎有限元研究要解决的问题。美国联信公司提供的 1000D/2 聚酯帘线数据见表 4 和 5。

表 4 Tabby 332-T1 试样的数据

| 应变/ % | 测定应力/ N | 调整测定应力/ N |
|-------|---------|-----------|
| 0.00 | 1.2 | 0.0 |
| 0.60 | 10.0 | 8.8 |
| 1.00 | 14.2 | 13.0 |
| 1.43 | 20.0 | 18.8 |
| 2.00 | 25.3 | 24.1 |
| 2.52 | 30.0 | 28.8 |
| 3.00 | 33.7 | 32.5 |
| 3.78 | 40.0 | 38.8 |
| 4.00 | 42.0 | 40.8 |
| 4.96 | 50.0 | 48.8 |
| 5.00 | 50.4 | 49.2 |
| 6.00 | 59.2 | 58.0 |
| 6.13 | 60.0 | 58.8 |
| 7.00 | 68.8 | 67.6 |
| 7.15 | 70.0 | 68.8 |
| 8.00 | 78.2 | 77.0 |
| 8.17 | 80.0 | 78.8 |
| 9.00 | 87.7 | 86.5 |
| 9.24 | 90.0 | 88.8 |
| 10.00 | 97.5 | 96.3 |
| 10.24 | 100.0 | 98.8 |
| 11.00 | 106.9 | 105.7 |
| 11.33 | 110.0 | 108.8 |
| 12.00 | 115.9 | 114.7 |
| 12.47 | 120.0 | 118.8 |
| 13.00 | 124.4 | 123.2 |
| 13.69 | 130.0 | 128.8 |
| 14.00 | 131.6 | 130.4 |
| 15.00 | 136.8 | 135.6 |
| 15.65 | 140.0 | 138.8 |
| 16.00 | 140.8 | 139.6 |

表 5 Tabby 332-T2 试样的数据

| 应变/ % | 测定应力/ N | 调整测定应力/ N |
|-------|---------|-----------|
| 0.00 | 1.0 | 0.0 |
| 0.65 | 10.0 | 9.0 |
| 1.00 | 14.4 | 13.4 |
| 1.42 | 20.0 | 19.0 |
| 2.00 | 25.5 | 24.5 |
| 2.49 | 30.0 | 29.0 |
| 3.00 | 34.1 | 33.1 |
| 3.71 | 40.0 | 39.0 |
| 4.00 | 42.5 | 41.5 |
| 4.86 | 50.0 | 49.0 |
| 5.00 | 51.1 | 50.1 |
| 5.98 | 60.0 | 59.0 |
| 6.00 | 60.3 | 59.3 |
| 7.00 | 70.0 | 69.0 |
| 8.00 | 79.8 | 78.8 |
| 8.00 | 80.0 | 79.0 |
| 9.00 | 89.5 | 88.5 |
| 9.06 | 90.0 | 89.0 |
| 10.00 | 99.2 | 98.2 |
| 10.04 | 100.0 | 99.0 |
| 11.00 | 109.1 | 108.1 |
| 11.06 | 110.0 | 109.0 |
| 12.00 | 118.6 | 117.6 |
| 12.14 | 120.0 | 119.0 |
| 13.00 | 126.9 | 125.9 |
| 13.38 | 130.0 | 129.0 |
| 14.00 | 134.4 | 133.4 |
| 15.00 | 139.5 | 138.5 |
| 15.10 | 140.0 | 139.0 |
| 15.48 | 142.0 | 141.0 |

从已有的 1000D/2 聚酯帘线的数据推算出 1500D/2 聚酯帘线的数据见表 6。1000D/2 和 1500D/2 (估计结果,高 35%) 聚酯帘线两个试样的平均数据见表 7。

表 6 2 种聚酯帘线的数据

| 项 目 | 1000D/2 | 1500D/2 |
|-------------|---------|---------|
| | 帘线 | 帘线 |
| 结构 | 1 ×33 | 1 ×43 |
| 捻度 | 47 ×47 | 37 ×37 |
| 最小断裂强力/ N | 138 | 186 |
| 强力波动/ % | ±8 | ±8 |
| 推算平均断裂强力/ N | 143.5 | 193.4 |
| 指数 | 100 | 135 |

表 7 1000D/2 和 1500D/2 聚酯帘线的平均数据

| 应变/ % | 平均应力/ N | | 4.7 根帘线 强力/ N ²⁾ | 帘布应 力/ MPa ³⁾ |
|-------|---------|-----------------------|--------------------------------|-----------------------------|
| | 1000D/2 | 1500D/2 ¹⁾ | | |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 13.2 | 17.8 | 84 | 12 |
| 2 | 24.3 | 32.8 | 154 | 23 |
| 3 | 32.8 | 44.3 | 208 | 31 |
| 4 | 41.2 | 55.6 | 261 | 39 |
| 5 | 49.7 | 67.0 | 315 | 47 |
| 6 | 58.7 | 79.2 | 372 | 55 |
| 7 | 68.3 | 92.2 | 433 | 64 |
| 8 | 77.9 | 105.2 | 494 | 73 |
| 9 | 87.5 | 118.1 | 555 | 82 |
| 10 | 97.3 | 131.3 | 617 | 91 |
| 11 | 106.9 | 144.3 | 678 | 100 |
| 12 | 116.2 | 156.8 | 737 | 109 |
| 13 | 124.6 | 168.1 | 790 | 117 |
| 14 | 131.9 | 178.1 | 837 | 124 |
| 15 | 137.1 | 185.0 | 870 | 129 |

注:1)1000D/2 帘线数据乘以 1.35 的结果;2)1500D/2 帘线数据乘以 4.7 的结果,帘布密度为 4.7 根·cm⁻¹;3)4.7 根帘线强力除以 6.75 的结果,帘布厚度为 0.675 mm,帘布面积为 0.675 mm ×10 mm。忽略胶料强度。

最小二乘方(抛物线方程)为:

$$Y = a_0 + a_1 X + a_2 X^2 \quad (23)$$

常数项由下列公式求解:

$$Y = a_0 N + a_1 \sum X + a_2 \sum X^2 \quad (24)$$

$$\sum XY = a_0 \sum X + a_1 \sum X^2 + a_2 \sum X^3 \quad (25)$$

$$\sum X^2 Y = a_0 \sum X^2 + a_1 \sum X^3 + a_2 \sum X^4 \quad (26)$$

对照 Mooney-Rivlin 方程及缩减应力推导式(17)得出:

$$a_0 = 2 C_{10}$$

$$a_1 = 4 C_{20}$$

$$a_2 = 6 C_{30}$$

代入方程(23),则得

$$Y = 2 C_{10} + 4 C_{20} X + 6 C_{30} X^2 \quad (27)$$

计算三次方程(Cubic)的系数用于预测缩减应力 Y,方程(27)中

$$X = I_1 - 3$$

各参数见表 8。

表8 各种参数

| /MPa | 应变/% | 单轴拉伸应力/MPa | /% | X | - ² | Y |
|------------------------|--------|------------------------|------------------|------------------------|----------------|--------|
| 12 | 0.01 | 12 | 1.01 | 0.000 3 | 0.030 | 400 |
| 23 | 0.02 | 23 | 1.02 | 0.002 1 | 0.059 | 390 |
| 31 | 0.03 | 31 | 1.03 | 0.002 6 | 0.087 | 356 |
| 39 | 0.04 | 39 | 1.04 | 0.004 7 | 0.115 | 339 |
| 47 | 0.05 | 47 | 1.05 | 0.007 3 | 0.143 | 329 |
| 55 | 0.06 | 55 | 1.06 | 0.010 4 | 0.170 | 324 |
| 64 | 0.07 | 64 | 1.07 | 0.014 1 | 0.197 | 325 |
| 73 | 0.08 | 73 | 1.08 | 0.018 3 | 0.223 | 327 |
| 82 | 0.09 | 82 | 1.09 | 0.023 0 | 0.248 | 331 |
| 91 | 0.10 | 91 | 1.10 | 0.028 2 | 0.274 | 332 |
| 100 | 0.11 | 100 | 1.11 | 0.033 9 | 0.298 | 336 |
| 109 | 0.12 | 109 | 1.12 | 0.040 1 | 0.323 | 337 |
| 117 | 0.13 | 117 | 1.13 | 0.046 8 | 0.347 | 337 |
| 124 | 0.14 | 124 | 1.14 | 0.054 0 | 0.371 | 324 |
| 129 | 0.15 | 129 | 1.15 | 0.061 6 | 0.394 | 327 |
| X ² | XY | X ³ | X ² Y | X ⁴ | Y | |
| 9.0 ×10 ⁻⁸ | 0.120 | 2.7 ×10 ⁻¹¹ | 0.000 036 | 8.1 ×10 ⁻¹⁵ | 366.62 | 11.00 |
| 1.4 ×10 ⁻⁶ | 0.468 | 1.7 ×10 ⁻⁹ | 0.000 562 | 2.1 ×10 ⁻¹² | 364.50 | 21.51 |
| 6.8 ×10 ⁻⁶ | 0.926 | 1.8 ×10 ⁻⁸ | 0.002 407 | 4.6 ×10 ⁻¹¹ | 361.30 | 31.43 |
| 2.2 ×10 ⁻⁵ | 1.593 | 1.0 ×10 ⁻⁷ | 0.007 489 | 4.9 ×10 ⁻¹⁰ | 356.75 | 41.03 |
| 5.3 ×10 ⁻⁵ | 2.402 | 3.9 ×10 ⁻⁷ | 0.017 532 | 2.8 ×10 ⁻⁹ | 351.52 | 50.27 |
| 10.8 ×10 ⁻⁵ | 3.370 | 1.1 ×10 ⁻⁶ | 0.035 044 | 1.2 ×10 ⁻⁸ | 345.85 | 58.79 |
| 19.9 ×10 ⁻⁵ | 4.583 | 2.8 ×10 ⁻⁶ | 0.064 613 | 4.0 ×10 ⁻⁸ | 339.91 | 66.96 |
| 33.5 ×10 ⁻⁵ | 5.984 | 6.1 ×10 ⁻⁶ | 0.109 509 | 1.1 ×10 ⁻⁷ | 334.24 | 74.54 |
| 52.9 ×10 ⁻⁵ | 7.613 | 1.2 ×10 ⁻⁵ | 0.175 099 | 2.8 ×10 ⁻⁷ | 329.27 | 81.66 |
| 79.5 ×10 ⁻⁵ | 9.362 | 2.2 ×10 ⁻⁵ | 0.264 020 | 6.3 ×10 ⁻⁷ | 325.46 | 89.18 |
| 11.5 ×10 ⁻⁴ | 11.390 | 3.9 ×10 ⁻⁵ | 0.386 135 | 1.3 ×10 ⁻⁶ | 323.30 | 96.34 |
| 16.1 ×10 ⁻⁴ | 13.514 | 6.4 ×10 ⁻⁵ | 0.541 899 | 2.6 ×10 ⁻⁶ | 323.36 | 104.45 |
| 21.9 ×10 ⁻⁴ | 15.772 | 1.0 ×10 ⁻⁴ | 0.738 111 | 4.8 ×10 ⁻⁶ | 326.26 | 113.21 |
| 29.2 ×10 ⁻⁴ | 18.036 | 1.6 ×10 ⁻⁴ | 0.973 944 | 8.5 ×10 ⁻⁶ | 332.63 | 123.41 |
| 38.0 ×10 ⁻⁴ | 20.143 | 2.3 ×10 ⁻⁴ | 1.240 821 | 1.4 ×10 ⁻⁵ | 343.03 | 135.15 |

注:材料为1500D/2 聚酯帘线,密度为4.7 根 cm⁻¹,断裂强力估计为1000D/2 聚酯帘线的1.35 倍。X 表示 I₁-3 或 +2⁻¹-3; Y 表示 /(-²); Y 表示计算缩减应力; 表示预测单轴拉伸应力。

从表8 可以计算出:

$$X = 0.346 5$$

$$Y = 5 124$$

$$X^2 = 0.013 708$$

$$XY = 115.275 1$$

$$X^3 = 0.000 642$$

$$X^2 Y = 4.557 22$$

$$X^4 = 0.000 033$$

$$N = 15$$

$$1^{\#} \quad Y = 2 C_{10} N + 4 C_{20} X + 6 C_{30} X^2$$

$$2^{\#} \quad XY = 2 C_{10} X + 4 C_{20} X^2 + 6 C_{30} X^3$$

$$3^{\#} \quad X^2 Y = 2 C_{10} X^2 + 4 C_{20} X^3 + 6 C_{30} X^4$$

$$1^{\#} \quad 5 124 = 30 C_{10} + 1.386 C_{20} + 0.082 247 C_{30}$$

$$2^{\#} \quad 115.275 1 = 0.693 C_{10} + 0.054 831 C_{20} + 0.003 854 C_{30}$$

$$3^{\#} \quad 4.557 22 = 0.027 416 C_{10} + 0.002 569 C_{20} + 0.000 196 C_{30}$$

$$4^\# (2^\# \text{变}) \quad 4.560\ 366 = 0.027\ 416 C_{10} + 0.002\ 169 C_{20} + 0.000\ 152 C_{30}$$

$$5^\# (3^\# - 4^\#) \quad - 0.003\ 15 = 0 C_{10} + 0.000\ 4 C_{20} + 0.000\ 044 C_{30}$$

$$6^\# (1^\# \text{变}) \quad 4.682\ 581 = 0.027\ 416 C_{10} + 0.001\ 267 C_{20} + 0.000\ 075 C_{30}$$

$$7^\# (3^\#) \quad 4.557\ 22 = 0.027\ 416 C_{10} + 0.002\ 569 C_{20} + 0.000\ 196 C_{30}$$

$$8^\# (6^\# - 7^\#) \quad 0.125\ 361 = 0 C_{10} - 0.001\ 3 C_{20} + 0.000\ 12 C_{30}$$

$$9^\# (5^\# \text{变}) \quad 0.010\ 244 = 0 C_{10} - 0.001\ 3 C_{20} - 0.000\ 14 C_{30}$$

$$10^\# (8^\# - 9^\#) \quad 0.115\ 117 = 0 C_{10} + 0 C_{20} + 0.000\ 021 C_{30}$$

$$11^\# (9^\#) \quad 0.010\ 244 = 0 C_{10} - 0.001\ 3 C_{20} - 0.000\ 14 C_{30}$$

经上述运算得出:

$$C_{10} = 183.669\ 5$$

$$C_{20} = - 601.492$$

$$C_{30} = 5\ 441.965$$

在 C_{10} , C_{20} 和 C_{30} 已知后,由 $Y = 2 C_{10} + 4 C_{20} X + 6 C_{30} X^2$ 算出计算缩减应力值。

因 $Y = \sqrt{(\quad - \quad)^2}$,

则可由 $Y (\quad - \quad)^2$ 而求出,这样就可预测单轴拉伸的应力-应变。

缩减应力对于单轴拉伸(单轴压缩)、平面拉伸(纯剪切)和等双轴拉伸测试方法有不同的表达方式(见表 1),但其值是相同的,因而可用一种试验的数据,例如用最简单的单轴拉伸试验来预测单轴压缩、平面拉伸(纯剪切)的数据,当应变低于 80 % 时,这种预测的相关性特别好^[3]。

5 结论

(1)通过对轮胎胶料非线性有限元分析的数学推导,提出相应的单轴拉伸、单轴压缩、平面拉伸和等双轴拉伸的试验设计,使复杂的应力-应变得以简化,从而易于数学处理。

(2)通过缩减应力 $= 2 C_{10} + 4 C_{20} (I_1 - 3) + 6 C_{30} (I_1 - 3)^2$ 的关系式,可以根据简单的单轴拉伸试验结果先计算出缩减应力表达式中的常数项 C_{10} , C_{20} 和 C_{30} ,然后通过计算来预测单轴压缩、平面拉伸和等双轴拉伸的数据^[3]。用同样的方法可以计算出聚酯/橡胶复合材料的数据。

(3)轮胎胶料泊松比的测定和计算是有限元分析中所必要的。但轿车轮胎胶料的泊松比值为 0.499 5 ~ 0.499 8。

(4)在这些问题逐一解决以后,我们可以应用 ANSYS 软件成功地预测轮胎的充气尺寸,并且从负荷条件下轮胎应力场色谱图分析,预报花纹沟并拢情况,并找出设计的薄弱环节,优化轮胎结构^[8]。

参考文献

- 1 Rivlin R S. Rheology: Theory and applications. New York : Academic Press, 1956. 351
- 2 Yeoh O H. Characterization of elastic properties of carbon black filled rubber vulcanizates. Rubber Chem. and Technol. ,1990, 63(5) :792 ~ 805
- 3 Ken Immel, Wang Dengxiang. Predicting properties of carbon black filled rubber compounds for finite element analysis of tires. Rubber World, 1997, 216(6) :43 ~ 48
- 4 Pannikottu A, Seiler J, Leyden J J. Non-linear finite element analysis support testing for elastomer parts. In: Rubber Division, America Chemical Society 148th Meeting, Cleveland, Ohio: 1995. No. 73
- 5 Peng S H, Shimbori T, Naderi A. Measurement of elastomer 's bulk modulus by means of a confined compression test. Rubber Chem. and Technol. ,1994, 67(5) :871 ~ 879
- 6 Wang Dengxiang, Ken Immel. Poisson 's ratio measurement and calculation for tire compounds. 合成橡胶工业, 1997, 20(3) :178
- 7 Holowina B P. Rubber cylinders under hydrostatic pressure with variable poisson 's ratio. Rubber Chem. and Technol. ,1995, 68(4) :585 ~ 589
- 8 王登祥, Tim Fry. 轮胎有限元研究(FEA)进展及应用成果. 轮胎工业, 1998, 18(7) :395 ~ 403

Experimental Base and Calculation for FEA of Tire Compound

Wang Dengxiang

[Shanghai Tire and Rubber (Group) Co., Ltd. 200030]

Abstract The yeoh cubic formula for describing the elastic-mechanical properties of the black-filled compound was derived from the Rivlin strain energy function in the elastic-mechanical theory. On this basis the experimental designs for uniaxial stretch test, uniaxial compression test, planar stretch test and equibiaxial stretch test were mathematically deduced and discussed, and 5 basic tests for nonlinear FEA were described. The determination and calculation for the Poisson's ratio of tire compound were given and the data characterizing the properties of composite were calculated.

Keywords tire FEA, strain energy function, reduced strain, Poisson's ratio, uniaxial stretch

桦林“加强胎”面市

为适应市场形势,满足用户需要,桦林集团股份有限公司新研制的 9.00 - 20 16PR “加强胎”于 1998 年 7 月 1 日面市。

从 1996 年开始,本着“用户的标准就是企业的标准”的宗旨,桦林集团股份有限公司利用技术优势,对传统工艺轮胎制造进行改进。通过剖析国外知名产品,调整了胶料配方,改进了施工设计,经过一年多的努力,研制出了 9.00 - 20 16PR “加强胎”。同时在生产过程中,要求操作人员精工细作,加强全员全过程的质量监控,从而确保了轮胎质量。经室内试验和山东、河北、内蒙等地的实际里程试验,“加强胎”的高速性能和耐磨性能提高 20% 以上,综合里程可达 8 万 km。

在强化轮胎内在质量的同时,该公司在改善产品外观上也做了细致的工作,胎体上有醒目的“加强”字样,以明显区别于普通同规格轮胎;在售出过程中,采用全新的外部包装,具有较强的视觉冲击力;制定了与之配套的“损一赔一”售后服务方法,最大限度地兼顾用户利益。

首批生产的一万套“加强胎”陆续投放市场后,即受到了用户的普遍赞誉,首批“加强

胎”订货量已达 10 万套。

(本刊讯)

私企海天集团收购国企 马鞍山市橡胶厂

9 月 26 日,马鞍山市橡胶厂正式被私营企业安徽海天集团收购。马鞍山市橡胶厂在七八十年代曾创造过辉煌,是马鞍山市橡胶行业的龙头企业,其生产规模和技术装备在安徽省排位第 2,经济效益在全市地方企业中曾连续 10 年名列榜首。90 年代以来,由于历史包袱重,加上机制转换滞后,效益连年滑坡,于 1996 年宣告破产。私营企业——海天集团经过考察决意收购马鞍山市橡胶厂。经过谈判,终于达成一致意见:市化工局以 1 620 万元人民币价格,将原市橡胶厂全部生产性固定资产、非固定性资产及全部在建工程转让给海天集团,海天集团负责安置原厂 1 416 名职工,安置职工的费用,足额抵付 1 620 万元资产价款。据了解,安徽海天集团收购橡胶厂后,计划第 1 年内创产值 9 000 万元,创利税 500 万元,并在第 1 年让所有的下岗职工全部上岗。

(摘自《中国化工报》,1998-10-19)