

非线性帘线-橡胶复合材料

S. K. Clark *etc.* 著 罗贤光译

摘要 提出了二维高非线性复合材料荷载与变形、应力与应变关系的分析方法,所用的材料是橡胶基以各种织物帘布增强的复合材料。采用一种比非线性联立方程先进的分析方法,并用计算机迅速完成计算。还介绍了非线性管子试验,并将荷载与变形关系的理论值同试验值进行了对比。预测结果与观测情况一般相符。

基体增强的复合材料的非线性问题不是一个新问题。过去一般是从两方面分析。首先是复合材料在增强方向的拉、压刚度不同。产生这种现象是因细纤维局部弯折。Tabaddor^[1]同 Bert^[2]的著作对这种现象已有考察,然而对实用材料进行大批测定则是 Bert 同 Kumar^[3]进行的。在 Kincannon, Bert 和 Reddy 的著作^[4]中解决了用这些复合材料制成的某些结构的问题。这些文献中大部分都是以双模量材料概念为基础,双模量材料是采用拉伸线性模量装置和与之不同的压缩装置而测定其性能的。其次,帘线在纯拉伸或压缩时会引起非线性,即使均匀地增加荷载,应力-应变特性也不呈线性。这通常归之于纤维捻合成帘线时变成了曲线。当纤维被拉直后,通常模量会增加。Tabaddor 同 Chen^[5]已经对这种现象做了理论研究,可是实验与理论的对比是 Kuo, Takahashi 同 Chou^[6]近期完成的。

本文合并了前述两种非线性,对帘布-橡胶复合材料提出了层合板理论的程序结构。因为程序是数字的,两种非线性都可以被恰当地描述。

1 织物帘布性能的考察

任何织物帘布-橡胶复合材料性能的综合评价必须从单层开始。人们对许多材料的性能都较熟悉。下面就尼龙、聚酯、玻璃纤维、钢丝及芳纶等轮胎用复合材料进行阐述。

根据图 1 得出了讨论的最基本形式,符号 L 和 T 分别代表单层板的帘线方向和横向。材料的特性可用图 2~4 说明。根据虎克定律得式(1):

$$\begin{aligned}\epsilon_L &= \frac{\sigma_L}{E_L} - \nu_{TL} \frac{\sigma_T}{E_T} \\ \epsilon_T &= -\nu_{LT} \frac{\sigma_L}{E_L} + \frac{\sigma_T}{E_T} \\ \gamma_{LT} &= \frac{\tau_{LT}}{G_{LT}}\end{aligned}\quad (1)$$

根据对整个材料特别是拉、压区的观测, σ_L 与 ϵ_L 关系呈非线性程度最高。另外,泊松比也呈现非线性,而横向模量和剪切模量则基本上为常数,如图示。

上面的描述是根据各向同性材料力学,当荷载一定,至少平均应力可以通过分析求出。在这里应力是独立变量。考虑实际情况,应力多多少少有变化。但对层合板而言,这种描述是不便利的,或是无用的,因为各单层在非线形影响下,应力变化很大。

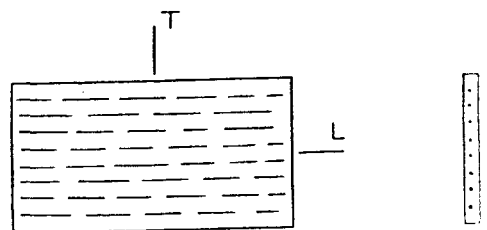


图 1 单层板示意图

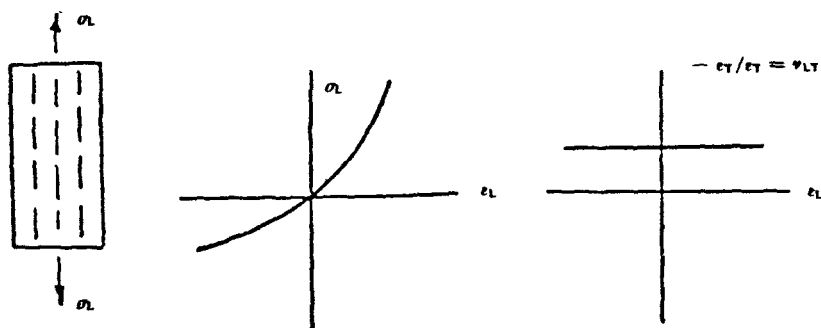


图2 帘布-橡胶复合材料典型的轴向性能

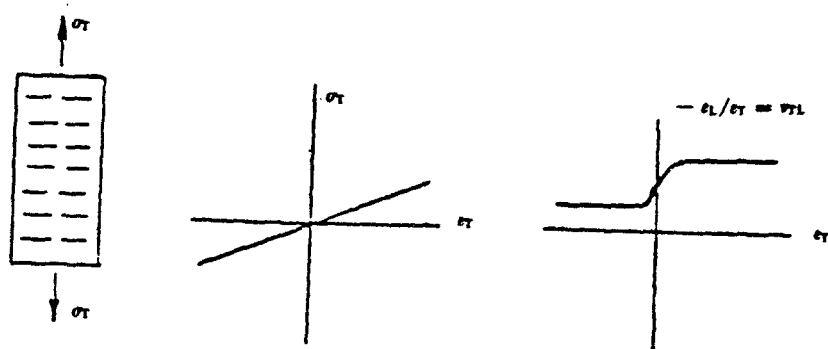


图3 帘布-橡胶复合材料典型的横向性能

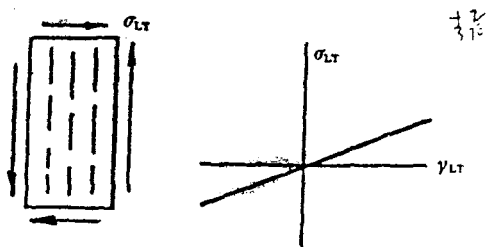


图4 帘布-橡胶复合材料典型的切向性能

变换式(1),可得出层合板理论的著名公式(2):

$$\sigma_L = \frac{E_L}{1 - \nu_{TL}\nu_{LT}} (\epsilon_L + \nu_{TL}\epsilon_T)$$

$$\begin{aligned} \sigma_T &= \frac{E_T}{1 - \nu_{LT}\nu_{TL}} (\epsilon_T + \nu_{LT}\epsilon_L) \\ \tau_{LT} &= \gamma_{LT} G_{LT} \end{aligned} \quad (2)$$

虽然式(2)是从式(1)导出,是线性的,但式(2)中的应变是独立变量,这一点很重要,因为在层合板中,仅仅应变是清楚的。

式(2)中的应变是独立变量,对转换式(2)成非线性公式是有益的。转化时,主要是凭借观测到的非线性原始资料。这些原始资料是性能上相差悬殊的织物帘布在拉伸和压缩下测出的。即使不是全部资料,也包括了最大部分,它们表明非线性可表示成依赖于 \$\epsilon_L\$ 的函数。

基于以上概念,式(2)可写成下式:

$$\sigma_L = f(\epsilon_L) + g(\epsilon_L) \cdot \epsilon_T$$

$$\sigma_T = h(\epsilon_T) \cdot \epsilon_T + j(\epsilon_L) \cdot \epsilon_L$$

$$\tau_{LT} = G_{LT}(\epsilon_L) \cdot \gamma_{LT} \quad (3)$$

把式(3)看成某种材料的基本方程,同时直接测出其中的 5 个弹性函数 f, g, h, j 和 G_{LT} , 这样的考虑无疑是有用的。因为帘布-橡胶复合材料的泊松比 ν_{TL} 很小, E_T 和 G_{LT} 近似于与 ϵ_L 无关。根据这些实验资料得出下面的结论: (1) G_{LT} 是与 ϵ_L 无关的常数; (2) $h(\epsilon_L)$ 是与 ϵ_L 无关的常数; (3) $j(\epsilon_L)$ 是很小的。

求上述函数的直接方法是迫使试件产生应变,并测出其应力或力。对多轴试件,这是很容易做到的。由于管子试件是用低模量材料制成的,要做到这一点也很简便,原因是能利用两种荷载,即轴荷载及内压强或内真空,可控制管子轴向和径向两方向的应变。

函数 f 可通过 0° 管子试件求得,只要迫使管子试件产生一应变 ϵ_L ,同时测出相应的 σ_L ,并利用内压强使 ϵ_L 保持为零。另一方面,可利用内压强改变 ϵ_T 和 σ_L ,同时同步调整 ϵ_L 为零,见图 5。

应用同一方法于 90° 管子试件,直接拉伸,同时控制内压强,保持 ϵ_L 为零,可以求出函数 $h(\epsilon_L)$,见图 6。类似地,改变内压强而保持管长变化率为常量, $j(\epsilon_L)$ 可通过测量管子直径的变化而确定。

最后,为了得到 τ_{LT} 与 γ_{LT} 的关系,可将普通的扭矩测试法应用于 0° 或 90° 管子试件。试验表明,其关系呈线性。

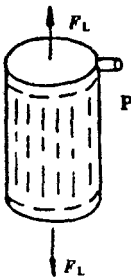


图 5 非线性函数 f 和 g 的实验确定

$$(a) \sigma_L = f(\epsilon_L); \quad \epsilon_T = 0$$

$$(b) \Delta \sigma_L = g(\epsilon_L) \cdot \Delta \epsilon_T$$

$$\epsilon_L = \text{constant}$$

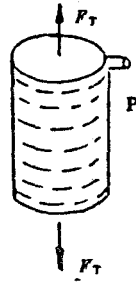


图 6 非线性函数 h 和 j 的实验确定

$$(a) \sigma_T = h(\epsilon_L) \cdot \epsilon_T; \quad \epsilon_L = 0$$

$$(b) \sigma_T = j(\epsilon_L) \cdot \epsilon_L; \quad \epsilon_T = 0$$

把上式作为式(3)所需要的参数处理,即使层合板的特性是非线性的,也允许用式(3)进行计算,这里的关键参数是应变 ϵ_L ,因为所有非线性参数都取决于它。无论要求多高的精确度,任何参数都可用多项式或其他函数式表示,以致参数 f 和 g 可认为是 ϵ_L 的函数,其他参数可认为是常数。当 ϵ_L 的范围不同,函数式很可能不同。例如,当 $\epsilon \leq 0$ 时, $f(\epsilon_L)$ 与 ϵ_L 呈线性关系。

一般层合板可以有几个单层,但在薄膜和弯曲变形中,仅有两种可能的应变状态,平面拉伸应变和 Kirchhoff 弯曲应变,用下面的应变参数表示:

$$\text{薄膜} = \begin{bmatrix} \epsilon_x \\ \epsilon_y \\ \epsilon_{xy} \end{bmatrix} \quad \text{弯曲} = \begin{bmatrix} \kappa_x \\ \kappa_y \\ \kappa_{xy} \end{bmatrix}$$

解决具有几个单层的非线性层合板的方法同时适用于弯曲和薄膜拉伸。令第 j 层的材料主方向与任选坐标系 $x-y$ 成 θ_j 角,该层厚度为 t_j 。下面给出计算步骤及一组已知的中面合力 N_{xo}, N_{yo}, N_{xyo} :

$$(1) \text{假设应变值 } \epsilon_x, \epsilon_y, \epsilon_{xy};$$

$$(2) \text{计算 } \begin{bmatrix} \epsilon_L \\ \epsilon_T \\ \gamma_{LT} \end{bmatrix} = [T, (\theta_j)] \begin{bmatrix} \epsilon_x \\ \epsilon_y \\ \epsilon_{xy} \end{bmatrix};$$

$$(3) \text{由式(3)得 } \begin{bmatrix} \sigma_L \\ \sigma_T \\ \sigma_{LT} \end{bmatrix};$$

$$(4) \text{ 计算 } \begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_{xy} \end{bmatrix}_j = [T_o(\theta_j)] \begin{bmatrix} \sigma_L \\ \sigma_T \\ \sigma_{LT} \end{bmatrix};$$

$$(5) \text{ 计算 } \begin{bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \end{bmatrix}_1 = \sum_{j=1}^n \begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_{xy} \end{bmatrix}_j \cdot t_j;$$

(6) 将计算出的薄膜力与已知施加的薄膜力 N_{xo}, N_{yo}, N_{xyo} 相比, 如果不等, 则调整所假设的应变状态, 然后再算, 一直反复算到两者一致时止。

这是一个迭代过程, 在大多数情形下, 必须用 Newton-Raphson 法或其他计算技术完成。对单轴荷载的简单情况, 可以采用试算法做。

在有弯矩的情形下, 可采用上述类似的方法。这种方法是以前 Kirchhoff 关于曲率与应变呈线性的假设为基础。首先必须假设有关弯曲的参数, 这一点不同于前面提到的先假设薄膜应变。其他的计算步骤则与前面说明的一样。

上面描述的 6 个步骤的效果与薄膜力 $\{N\}$ 与薄膜应变 $\{\epsilon\}$ 关系方程的一致。因为这种关系具有一般意义, 所以这 6 个步骤可以替代线性理论中所谓的矩阵 $\{A\}$ 。矩阵 $\{A\}$ 起了联结向量矩阵 $\{N\}$ 与 $\{\epsilon\}$ 的作用。

这里必须强调一个最重要的概念, 弹性常数在这里必须认为是式 (3) 所示的函数。该函数可由 0° 和 90° 管子试件利用式 (3) 直接求出, 但试件的材料与研究的材料应该相同。因为帘布-橡胶复合材料试件容易制造, 因而试验工作的负担不大。

2 实验举例

下面按顺序说明试验方法。用大家熟知的非线性材料, 即 93.3tex/2 尼龙 66 与天然橡胶压延成复合材料, 制成 4 种类型的层合管子, 每根管子由 2 个单层构成, 是非对称的, 4 种管子的配合角分别为 $0^\circ/10^\circ, 0^\circ/30^\circ, 0^\circ/50^\circ, 0^\circ/70^\circ$ 。式 (3) 所用的材料性能是在 0° 和 90° 的管子试件上采用轴向拉伸和充气的

综合方法取得的, 如图 7, 8 所示。其中, 主要的非线性出现在函数 $f(\epsilon_L)$ 中。其他的关系式基本是线性的。对上述的各个试验, 非线性函数 f 和 g 可用多项式表示, 且可近似地取 ϵ_L 的第一阶项和第三阶项。

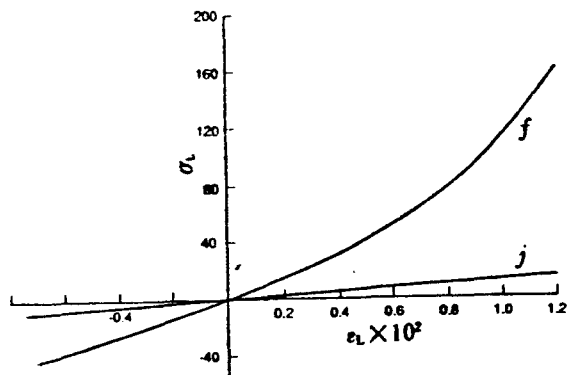


图 7 93.3tex/2 尼龙 66-天然橡胶的函数 f 和 j

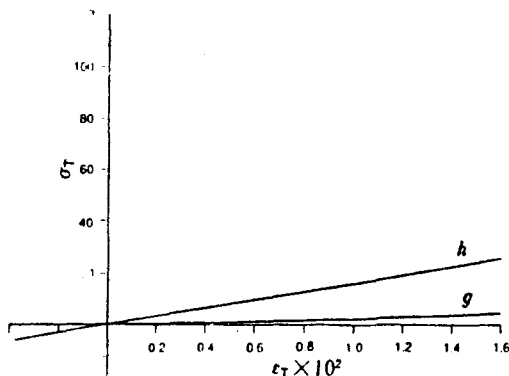


图 8 93.3tex/2 尼龙 66-天然橡胶的函数 h 和 g

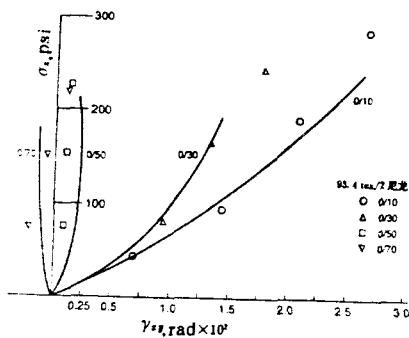


图 9 非对称管子在轴向荷载作用下计算拉应力与预测剪应变结果

实际的试验包括对恒载作用下发生了纯拉伸的非对称尼龙管子加载, 并观测每个管子在不同荷载作用下发生的转动。实验数据

(下转第 44 页)

(上接第 17 页)

与计算数据在图 9 中进行了比较。计算是在迭代法的基础上进行的,前提是层合板受纯轴荷载作用,横向力 N_y 与剪切力 N_{xy} 均必须为零。试验用的管子是根据 l/d 的比值大于 30 制造的,除了靠近夹紧装置处有小的端部效应,在拉伸荷载作用下曲率 $\{\kappa\}$ 不会出现。所引起的变形也完全在一平面内,即由 N_x 引起的应变 $\{\epsilon\}$ 。

虽然计算值与实验值仅是一般性的一致,但用以说明实验数据的趋向却是十分好的。更进一步的准确表达有待于数字计算中的自动收敛技巧得到发展。

参考文献(略)

译自美国“Tire Science and Technology”,
18[3],191~200(1990)